

Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt e.V.

Universität der Bundeswehr München  
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik  
Institut für Strahlantriebe  
Prof. Dr.-Ing. Reinhard Niehuis

## Projektarbeit

Validierung eines Gradient Enhanced  
Kriging-Verfahrens anhand einer  
Parameterstudie am Profilschnitt eines  
Fans

Pascal Eifinger  
Studiengang Master in Luft- und  
Raumfahrttechnik

Betreuer:  
Dipl.-Ing. Sebastian Barthmes

externer Betreuer:  
Dipl.-Ing. (FH) Andreas Schmitz

Institut für Antriebstechnik  
Köln, Oktober 2013



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Automatisierte Optimierung im DLR . . . . .	2
1.2	Verwendetes Schaufelprofil und dessen Veränderung . . . . .	4
1.3	Aufgabenstellung . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>8</b>
2.1	Begriffe aus der Strömungsmechanik . . . . .	8
2.2	Betriebsverhalten und Kennfelder von Verdichtern . . . . .	11
2.3	TRACE und adjointTRACE . . . . .	15
2.4	Gradient Enhanced Kriging-Verfahren . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Darstellung der Prozesskette der Parameterstudie</b>	<b>19</b>
3.1	Variation der Geometrie und Vernetzung . . . . .	19
3.1.1	Variation der Profilvorderkante . . . . .	20
3.1.2	Variation des Anstellwinkels . . . . .	22
3.1.3	Geometrieerzeugung . . . . .	23
3.1.4	Erstellung des Rechnetzes . . . . .	23
3.1.5	Automatisierung . . . . .	25
3.2	Strömungsberechnung mit TRACE . . . . .	26
3.2.1	Preprocessing . . . . .	26
3.2.2	Strömungslösung . . . . .	29
3.2.3	Postprocessing . . . . .	30
3.3	Gradientenbestimmung mit adjointTRACE . . . . .	31
3.3.1	Bestimmung der adjungierten Lösungen . . . . .	32
3.3.2	Erzeugung der gestörten Rechnetze . . . . .	33
3.3.3	Bestimmung der Sensitivitäten und Gradienten . . . . .	35
3.4	Training der Kriging-Ersatzmodelle . . . . .	35
3.4.1	Training eines Ersatzmodells ohne Einbeziehungen der Gradienten	36
3.4.2	Training eines Ersatzmodells mit Einbeziehung der Gradienten .	37

<b>4</b>	<b>Ergebnisse und Validierung</b>	<b>39</b>
4.1	Vergleich der Ersatzmodelle hinsichtlich des Einflusses bei Einbeziehung der Gradienten . . . . .	39
4.1.1	Kriging-Ersatzmodelle . . . . .	40
4.1.2	Vergleich der beiden Ersatzmodelle . . . . .	41
4.2	Vergleich der Gradienten der adjungierten Rechnung mit denen des Referenzmodells . . . . .	43
4.3	Bewertung des Einflusses abweichend bestimmter Gradienten auf das Training des GEK-Ersatzmodells . . . . .	47
4.4	Bewertung des Einflusses fehlender Stützstellen auf das Training des GEK-Ersatzmodells . . . . .	52
4.5	Evaluation der Gradientenbestimmung mit adjointTRACE . . . . .	56
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>58</b>
<b>6</b>	<b>Anhang</b>	<b>60</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Bisherige und zukünftige Entwicklung des Luftverkehrsaufkommens (Stand: 2005; aus [MTU, 2005]) . . . . .	1
1.2	Prozesskette des genetischen Algorithmus in AutoOpti . . . . .	3
1.3	2D-Profilschnitt der zur Parameterstudie verwendeten Fan-Schaufel mit wichtigen Parametern . . . . .	5
1.4	Darstellung des Vorderkantenparameters $\kappa_{LE}$ . . . . .	6
2.1	Definition des Stromfadens (aus [Zierep u. Bühler, 2008]) . . . . .	9
2.2	Ausströmen von idealem Gas aus einem Kessel . . . . .	10
2.3	Vergleich zwischen dem Arbeitsprozess eines Viertakt-Kolbenmotors und dem eines kontinuierlich arbeitenden Turboluftstrahltriebwerks (aus [Bräunling, 2004]) . . . . .	11
2.4	Schematische Darstellung eines Zweistrom-Turboluftstrahltriebwerks (ZTL) (aus [DLR, 2013a]) . . . . .	12
2.5	Schnittdarstellung des Fans eines ZTL-Triebwerks mit Bilanzebenen (aus [Bräunling, 2004]) . . . . .	13
2.6	Prinzipiskizze eines Verdichter-Kennfeldes (aus [Bräunling 2004]) . . . . .	14
2.7	Einfluss eines Hyperparameters $\theta$ auf die Korrelationsfunktion (aus [Schmitz, 2013]) . . . . .	17
3.1	Profilvorderkanten mit verschiedenen Vorderkantenkrümmungen $\kappa_{LE}$ . . . . .	21
3.2	Vergleich zweier verschieden angestellter Profile ( $\kappa_{LE} = 2, 5$ ) . . . . .	22
3.3	3D-Geometrie eines extrudierten 2D-Profilschnitts ( $\kappa_{LE} = 2, 5$ ; $\Delta\beta_{ST} = 10^\circ$ ) . . . . .	23
3.4	Profilschaufel mit Rechennetz für TRACE-Rechnung . . . . .	24
3.5	Auflösung des Rechennetzes . . . . .	24
3.6	Struktogramm des Python-Skripts zur Automatisierung der Prozesskette . . . . .	25
3.7	Prozesskette zur Durchführung von TRACE-Rechnungen . . . . .	26
3.8	Kennfeld eines Fans bestehend aus Fanschaufeln mit $\kappa_{LE} = 2, 5$ . . . . .	28

3.9	Vergleich der Residuen einer gut auskonvergierten (roter Graph) und nicht vollständig konvergierten Lösung (grüner Graph) . . . . .	29
3.10	Verlauf des Massenstroms am Ein- und Austritt bei einer konvergierten Lösung . . . . .	30
3.11	Vergleich der Machzahlverläufe zweier Profile mit $\kappa_{LE} = 2,5$ bei verschiedenen Anstellwinkeln . . . . .	31
3.12	Prozesskette zur Durchführung von adjointTRACE-Rechnungen . . . . .	32
3.13	Abhängigkeit der Gradienten des Wirkungsgrades hinsichtlich der Abweichung eines Geometrieparameters vom Referenzpunkt ( $\Delta\beta_{ST} = 0^\circ$ ; $\kappa_{LE} = 2,5$ ) . . . . .	34
4.1	3D-Darstellung der Vorhersagen aus den Kriging-Ersatzmodellen . . . . .	41
4.2	Differenz der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades der beiden Kriging-Ersatzmodelle . . . . .	42
4.3	Vergleich der Gradienten aus adjointTRACE mit denen des Referenzmodells . . . . .	43
4.4	L1-Residuen der TRACE-Rechnung . . . . .	46
4.5	Differenz der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades der beiden Kriging-Ersatzmodelle mit Gradienten aus adjointTRACE und dem Referenzmodell . . . . .	47
4.6	Vergleich der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades beider Ersatzmodelle in Abhängigkeit von $\kappa_{LE}$ bei verschiedenen $\Delta\beta_{ST}$ . . . . .	48
4.7	Partielle Ableitung (aus adjointTRACE) als Tangente am GEK-Ersatzmodell bei $\kappa_{LE} = 0,1$ . . . . .	49
4.8	Vergleich der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades beider Ersatzmodelle . . . . .	51
4.9	Vergleich der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades beider Ersatzmodelle bei fehlenden Stützstellen für einen konstanten Vorderkantenparameter $\kappa_{LE} = 0,1$ . . . . .	52
4.10	3D-Darstellung der Vorhersage des GEK-Ersatzmodells mit einer reduzierten Anzahl an Stützstellen . . . . .	53
4.11	Differenz der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades der beiden Ersatzmodelle mit Gradienten aus adjointTRACE und dem Referenzmodell bei reduzierter Anzahl an Stützstellen . . . . .	54
4.12	Vergleich der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades beider Ersatzmodelle bei zwei Stützstelle für einen konstanten Anstellwinkel $\Delta\beta_{ST} = 4^\circ$ . . . . .	55

# Tabellenverzeichnis

3.1	Solver-Einstellungen für TRACE-Rechnung in GMC . . . . .	27
3.2	Konvergenz-Einstellungen für TRACE-Rechnung in GMC . . . . .	27
3.3	Solver-Einstellungen für adjointTRACE-Rechnung in GMC . . . . .	32
3.4	Einstellungen in der Datei “ <i>MetaModel.input</i> ” für das Training der Kriging-Ersatzmodelle . . . . .	37
3.5	Aufbau der Datei “ <i>DataBase_MetaModel</i> ” für $\kappa_{LE} = 0, 1$ und $\Delta\beta_{ST} = -4^\circ \dots 10^\circ$ . . . . .	38
4.1	Gradienten aus adjointTRACE und dem Referenzmodell für verschie- dene Anstellwinkel $\Delta\beta_{ST}$ bei $\kappa_{LE} = 0, 1$ und ihre Differenz (rot: Gradi- enten mit der größten Abweichung) . . . . .	44
4.2	Gradienten aus adjointTRACE und dem Referenzmodell für verschie- dene Anstellwinkel $\Delta\beta_{ST}$ und verschiedene $\kappa_{LE}$ und ihre Differenz (rot: gut übereinstimmende Gradienten; grün: schlecht übereinstimmende Gra- dienten) . . . . .	45
6.1	Mit TRACE bestimmter isentroper Wirkungsgrad $\Delta\eta_{is}$ aller Konfigura- tionen . . . . .	60
6.2	Partielle Ableitung des isentropen Wirkungsgrades bzgl. des Anstell- winkels $\frac{\partial\eta_{is}}{\partial(\Delta\beta_{ST})}$ . . . . .	60
6.3	Partielle Ableitung des isentropen Wirkungsgrades bzgl. des Vorder- kantenparameters $\frac{\partial\eta_{is}}{\partial\kappa_{LE}}$ . . . . .	61

# Nomenklatur

## Lateinische Buchstaben

$\dot{m}$	Massenstrom..... [ $\frac{kg}{s}$ ]
$A$	Fläche..... [ $m^2$ ]
$a$	Schallgeschwindigkeit..... [ $\frac{m}{s}$ ]
$c$	Geschwindigkeit..... [ $\frac{m}{s}$ ]
$c_0$	Fluggeschwindigkeit..... [ $\frac{m}{s}$ ]
$c_9$	Strahlaustrittsgeschwindigkeit..... [ $\frac{m}{s}$ ]
$d$	Profil Dicke..... [ $cm$ ]
$L$	Profil Länge..... [ $cm$ ]
$Ma$	Mach-Zahl..... [–]
$Ma_0$	Flug-Mach-Zahl..... [–]
$n$	Drehzahl..... [ $\frac{1}{min}$ ]
$p$	Druck..... [ $Pa$ ]
$R_s$	spezifische Gaskonstante..... [ $\frac{J}{kgK}$ ]
$S_{\eta_{is}}$	Sensitivität des isentropen Wirkungsgrades..... [–]
$T$	Temperatur..... [ $K$ ]

## Abkürzungen

adjointTRACE	Programm zur adjungierten Strömungslösung
AutoOpti	Programmpaket zur Fan- und Verdichteroptimierung
BLUE	Best Linear Unbiased Estimator
CFD	Computational Fluid Dynamics
CFL	Courant-Friedrichs-Levy number
CGNS	CFD General Notation System



DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
DNS	Direkte Numerische Simulation
FEM	Finite-Elemente-Methode
G3DMESH	Programm zur Generierung dreidimensionaler Netze
GEK	Gradient Enhanced Kriging
GMC	General Mesh Connector; Preprocessing-Programm für TRACE
POST	Postprocessing-Programm für TRACE
Python	Multiparadigmatische Programmiersprache u.a. zur Erstellung von Skripten
RANS	Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen
Tecplot	Programm zur graphischen Darstellung von Daten
TRACE	Turbomachinery Research Aerodynamics Computational Environment
URANS	Instationäre kompressible Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen
VK ReDesign	Tool zur Veränderung der Profilvorderkante
ZTL	Zweistrom-Turbo-Luftstrahltriebwerk

### Griechische Buchstaben

$\beta_{ST}$	Staffelungswinkel (Stagger Angle).....[°]
$\Delta\beta_{ST}$	Anstellwinkel.....[°]
$\eta_a$	Vortriebswirkungsgrad.....[–]
$\eta_{is}$	isentroper Wirkungsgrad.....[–]
$\kappa$	Isentropenexponent.....[–]
$\kappa_{LE}$	Vorderkantenparameter.....[–]
$\pi_t$	Totaldruckverhältnis.....[–]
$\rho$	Dichte.....[ $\frac{kg}{m^3}$ ]

### Subskripte und Indizes

0	Ruhezustand
$a$	Austrittsebene
$e$	Eintrittsebene

$is$	isentrop
$t$	total
$V$	Verdichter

### Mathematische Symbole

$\mathbf{R}$	Korrelationsmatrix
$\vec{\theta}$	Hyperparameter einer Korrelationsfunktion
$m$	Anzahl der beprobten Stützstellen, auch Member oder Samples genannt
$w_i$	Gewichte eines Kriging Modells
$y(\vec{x})$	Bekannter Funktionswert oder Stützstelle an der Stelle $\vec{x}$
$y^*(\vec{x})$	Geschätzter Funktionswert an der Stelle $\vec{x}$

# 1 Einleitung

Die Entwicklung des weltweiten Luftverkehrs übersteigt hinsichtlich des Wachstums die der anderen Verkehrsträger überdurchschnittlich. Laut einer Schätzung der Firma "MTU Aero Engines" aus dem Jahre 2005 ging man zum damaligen Zeitpunkt von einem Wachstum des Luftverkehrs von jährlich 5% aus (siehe Abb. 1.1). Somit verdoppelt sich dieser ca. alle 14 Jahre. Bezogen auf die Flugzeugflotten aller Airlines würde daraus eine Steigerung von weltweit ca. 17.600 Flugzeugen im Jahre 2000 auf schätzungsweise 30.000 Flugzeuge im Jahre 2020 folgen. Der dargestellte Trend ist immer noch aktuell mit allen Konsequenzen und Herausforderungen, die diese Steigerung mit sich bringt. Zentrale Probleme, die eine solch enorme Steigerung des Luftverkehrsaufkommens verursacht, sind ein ansteigender Brennstoffverbrauch, die Vervielfachung der Schadstoffemissionen, die Belastung der Bevölkerung durch Fluglärm und die Sicherstellung der Flugsicherheit. Dennoch müssen die genannten Probleme, bei gleichzeitiger Befriedigung des Mobilitätsbedürfnisses der Bevölkerung, auf umweltfreundliche Art und Weise bewältigt werden. [Niehuis, 2013]

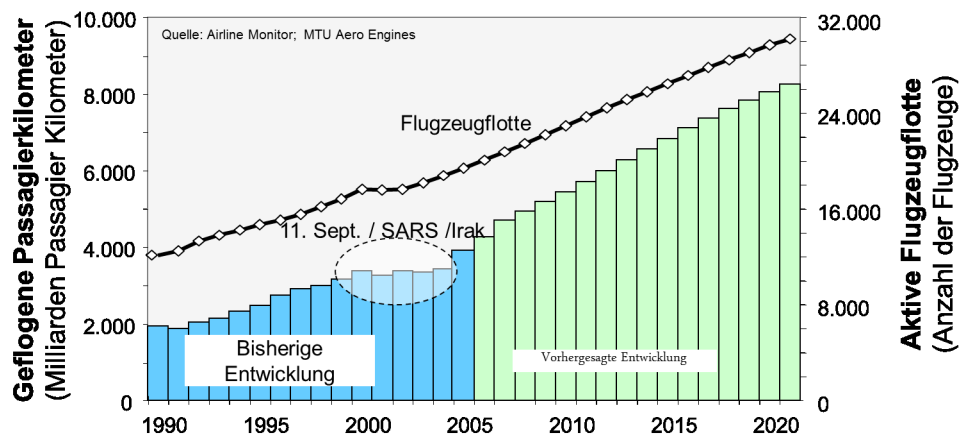


Abbildung 1.1: Bisherige und zukünftige Entwicklung des Luftverkehrsaufkommens (Stand: 2005; aus [MTU, 2005])

Im Hinblick auf die Reduzierung der genannten umweltbelastenden Faktoren steht das Flugzeugtriebwerk besonders im Fokus aktueller Forschung. Die Zielsetzung ist durch Veränderung und Optimierung der Bauweise solcher Triebwerke Lärm- und Schadstoffemissionen sowie den Treibstoffverbrauch zu senken. Dabei werden alle Komponenten des Triebwerks betrachtet.

In der heutigen zivilen Luftfahrt haben sich die sogenannten Zweistrom-Turbo- Luftstrahltriebwerke (ZTL) als besonders effizient hinsichtlich der aufgeführten Faktoren herausgestellt. Die üblichen Mach-Zahlen beim zivilen Reiseflug liegen im Bereich von  $Ma_0 = 0,6 \dots 0,95$ . In dem genannten Einsatzbereich arbeiten Triebwerke dieser Bauweise gegenüber anderen Triebwerksarten am effizientesten. Dennoch ist es notwendig die bestehenden Triebwerkstypen weiter zu optimieren und zu verbessern. [Niehuis, 2013]

Insbesondere der Fan und der Verdichter spielen bei dieser Verbesserung eine bedeutende Rolle. Durch aerodynamische Optimierung dieser Triebwerkskomponenten ist es möglich den Wirkungsgrad und das Totaldruckverhältnis zu erhöhen und damit gleichzeitig den spezifischen Brennstoffverbrauch des Triebwerks zu senken. Diese Optimierung kann jedoch nur automatisiert durchgeführt werden, da die aerothermodynamischen Zusammenhänge des durchströmten Verdichters extrem komplex sind und von vielen Parametern beeinflusst werden. Aus diesem Grund ist z.B. eine analytische Lösung nicht möglich. Zur Durchführung einer solchen Optimierung ist es notwendig, effiziente, robuste und präzise Optimierungsstrategien zu entwickeln um bestmögliche Ergebnisse zu erzielen.

Die vorliegende Arbeit, welche beim "Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt" (DLR) in der Abteilung "Fan und Verdichter", des "Instituts für Antriebstechnik" am Standort Köln entstanden ist, beschäftigt sich mit in der Optimierung eingesetzten Ersatzmodellen. Im folgenden Abschnitt 1.1 soll zunächst die Herangehensweise des "DLR"s hinsichtlich der aerodynamischen Optimierung von Verdichtern erläutert werden. Es wird grob skizziert, wie ein solcher Optimierungsvorgang abläuft und somit auch die Themenstellung dieser Arbeit in den Gesamtkontext integriert. Anschließend soll in Abschnitt 1.2 auf den für die Parameterstudie verwendeten 2D-Profilschnitt eingegangen werden. Abschließend wird im Abschnitt 1.3 die Aufgabenstellung dieser Arbeit genauer erläutert und präzisiert.

## 1.1 Automatisierte Optimierung im DLR

Insbesondere für die Fan- und Verdichteroptimierung wurde beim "DLR" im "Institut für Antriebstechnik" das Programmpaket AutoOpti entwickelt [Voss, 2010]. Allerdings ist mittlerweile auch eine Verwendung über diese Triebwerkskomponenten hinaus möglich.

Die Zielsetzung einer Optimierung ist die Verbesserung mindestens einer oder mehrerer Zielfunktionen. In der vorliegenden Arbeit wird beispielsweise der isentrope Wirkungsgrad  $\eta_{is}$  (zur Definition siehe Abschnitt 2.2) als Zielfunktion verwendet. Um  $\eta_{is}$  zu optimieren ist es notwendig, das Verdichterdesign zu verändern bzw. anzupassen. In der Regel werden in diesem Zusammenhang geometrische Parameter, wie z.B. die Profilgeometrie, der im Verdichter verwendeten Schaufeln, verändert. Diese veränderlichen geometrischen Parameter werden auch als freie Variablen bezeichnet und ihre Anzahl kann in einer realen Optimierung auch oft 100 übersteigen. Ein Satz freier Variablen mit der bzw. den zugehörigen Zielfunktion(en) wird im Weiteren auch als Member bezeichnet.

Der Optimierer AutoOpti beruht auf einer Evolutionsstrategie [Rechenberg, 1994]. Das

bedeutet, dass aus bereits vorhandenen Konfigurationen, ähnlich wie in der Natur, mittels Mutation, Selektion und Vererbung neue und vor allem bessere Member hinsichtlich der Zielfunktion erzeugt werden. Eine wesentliche Stärke von AutoOpti ist, dass die enthaltenen Prozesse in weiten Teilen parallelisiert sind und so auch auf verschiedenen Rechnern ausgeführt werden können. In der Regel wird die Optimierung deshalb auf einem Rechencluster ausgeführt.

Diesem Ansatz wird auch im Programmdesign Rechnung getragen. Die zur Optimierung notwendigen Prozesse lassen sich aus diesem Grund in einer Root Prozess, welcher die Optimierung steuert, und mehrere Slave Prozesse, die vom Root Prozess aufgerufen werden, einteilen (siehe Abb. 1.2). Die wesentliche Aufgabe des Root Prozesses besteht darin, die bereits berechneten Member zu verwalten und aus ihnen mögliche Eltern auszuwählen. Anschließend wendet der Root Prozess dann Vererbungsoperatoren auf die ausgewählten Eltern an, um zufällig neue Nachkommen zu generieren. An dieser Stelle wird ein Slave Prozess aufgerufen, welcher einen der neuen Variablen-sätze vom Root Prozess erhält. Aufgabe des Slave Prozesses ist es, mittels einer vom Benutzer definierten Prozesskette, die Zielfunktion zu berechnen und diese anschließend wieder an den Root Prozess zu übergeben. Ist dies geschehen, wird durch ihn die Güte anhand der bestehenden Datenbasis bestimmt. Der neue Member wird danach entsprechend seiner Güte in die Datenbank einsortiert und der gesamte Prozess erneut durchlaufen. [Siller u. a., 2009]

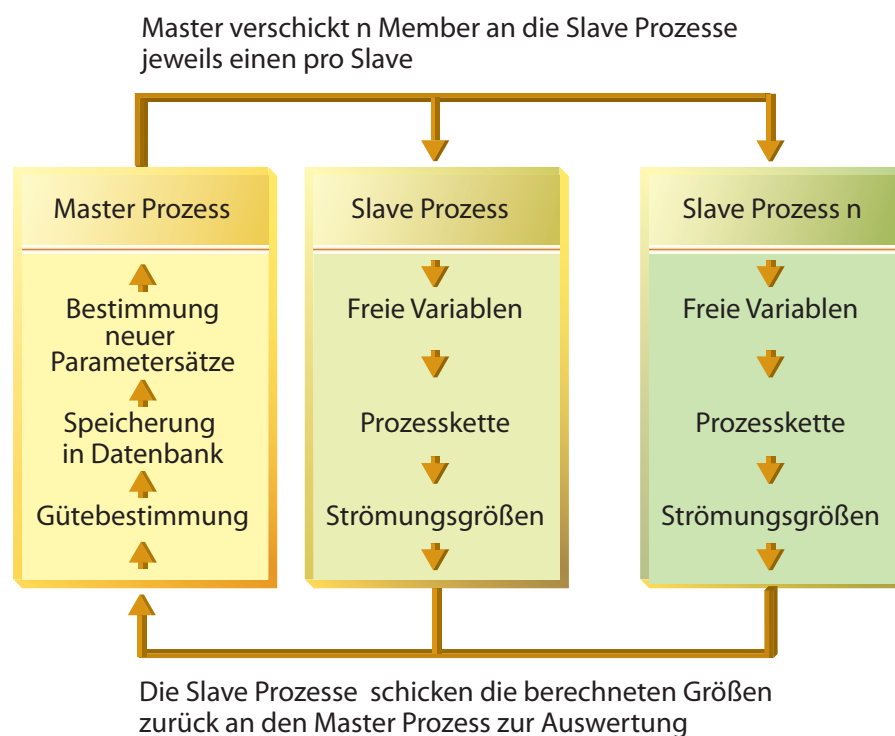


Abbildung 1.2: Prozesskette des genetischen Algorithmus in AutoOpti

Eine Problematik dieser Optimierungsstrategie, wie sie oben geschildert wurde ist, dass eine Optimierung sehr viel Zeit in Anspruch nimmt und das Verfahren nur langsam konvergiert. Da die zur Strömungslösung notwendigen Rechnungen mit CFD- und FEM-Verfahren sehr zeitaufwendig sind, können einzelne Slave Prozesse mehrere Stunden bis Tage dauern. In Anbetracht der Tatsache, dass für jeden Member eine solche Rechnung durchgeführt werden muss, ist der Zeitaufwand trotz der hohen Parallelisierung ein großer Nachteil.

Um diesen enormen Zeitbedarf der Optimierung zu reduzieren ist es ein möglicher Ansatz die Member-Erzeugung des Root Prozesses insofern zu verbessern, dass neue Member bereits gezielt so generiert werden, dass sie eine möglichst optimale Verbesserung gegenüber den Eltern darstellen. Der bisher zufallsbasierte Ansatz zur Erzeugung neuer Member wird somit gegen eine gezielte Generierung ersetzt. Um diesen Ansatz zu realisieren werden sogenannte Ersatzmodelle verwendet. Ein Ersatzmodell interpoliert auf Basis der bereits vorhandenen Daten die Zielfunktion. Aus dem so trainierten Ersatzmodell kann für ein festgelegtes Intervall der freien Variablen die Zielfunktion vorhergesagt werden. Ausgehend von dieser Vorhersage werden dann Member ausgewählt, die mit hoher Wahrscheinlichkeit zu einem Optimum der Zielfunktion führen. Zur Nachrechnung werden dieses dann an den Slave-Prozess übergeben, der die Prozesskette durchläuft und die Zielfunktion berechnet.

Je nach Güte des verwendeten Ersatzmodells, können auf diese Art und Weise sehr schnell präzise Vorhersagen für neue Member gemacht werden. Der zeitaufwändigste Faktor bei diesem Verfahren ist dann nur noch das Training des Ersatzmodells. Verglichen jedoch mit der Zeit, die eine Strömungsrechnung benötigt, kann diese so gut wie vernachlässigt werden. Zum Training der Ersatzmodelle wird jedoch ein möglichst gutes und zuverlässiges, aber auch schnelles Verfahren benötigt. Durchgesetzt haben sich zur Anwendung in AutoOpti bayesisch trainierte Neuronale Netzwerke (siehe dazu [Mackay, 1991]) und das sogenannte Kriging-Verfahren. [Schmitz, 2013]

Im Rahmen dieser Arbeit soll jedoch nur das Kriging-Verfahren näher betrachtet werden.

## 1.2 Verwendetes Schaufelprofil und dessen Veränderung

In der vorliegenden Arbeit soll unter anderem eine Parameterstudie, an dem in Abbildung 1.3 dargestellten 2D-Profilschnitt einer Fan-Schaukel, durchgeführt werden. Es handelt sich hierbei um eine Schaufel eines transsonisch durchströmten Fans. Zur Parameterstudie sollen gemäß der Aufgabenstellung (siehe Abschnitt 1.3) zwei Geometrieparameter verändert werden.

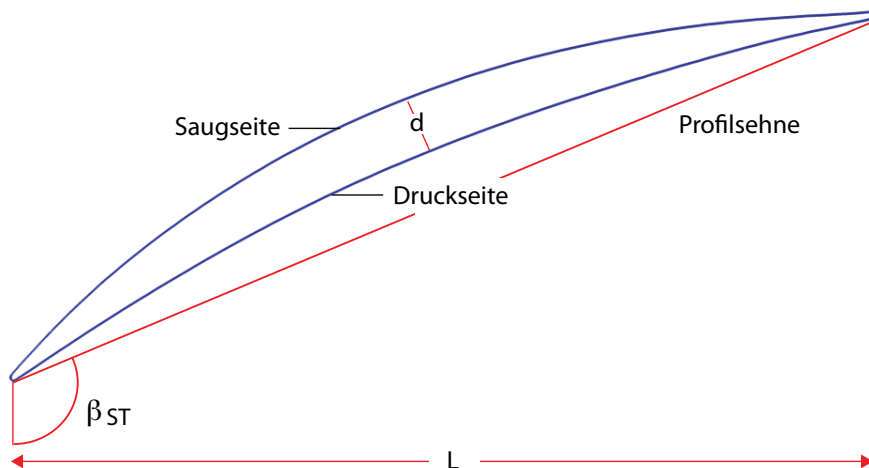


Abbildung 1.3: 2D-Profilchnitt der zur Parameterstudie verwendeten Fan-Schaufel mit wichtigen Parametern

Ein Schaufelprofil lässt sich anhand vieler Parameter eindeutig charakterisieren. In Abbildung 1.3 sind einige besonders wichtige Profilparameter dargestellt. Beide Seiten des Profils werden anhand ihrer aerodynamischen Eigenschaften unterschieden. Die obere Seite wird aufgrund des dort bei einer Umströmung herrschenden Unterdrucks als Saugseite bezeichnet. Auf der unteren Seite entsteht im Gegensatz dazu ein Überdruck, weshalb diese Druckseite genannt wird.

Die Profildicke  $d$  ist der Abstand zwischen Saug- und Druckseite an der dicksten Stelle des Profils.

Die Profillänge  $L$  charakterisiert die Länge des Profils in axialer Richtung, welche durch die Lage der Welle, auf welcher sich der Rotor bzw. Stator mit den Profilschaufeln befindet, gegeben ist.

Bei dem Staffelungswinkel (Stagger Angle)  $\beta_{ST}$  handelt es sich um den Winkel, den die Profilsehne mit der Normalen der Antriebswelle einschließt. Der Staffelungswinkel ist ein Geometrieparameter, der im Rahmen der Parameterstudie verändert werden soll.

Der zweite Profilparameter, der manipuliert werden soll, ist die Gestaltung der Profilverkante. Zur Neugestaltung wird diese durch einen Spline interpoliert, der zweifach differenzierbar ist. Die Vorderkante der Profilschaufel (blaue Linie) wird also, wie auch in Abbildung 1.4 zu sehen ist, durch eine Splinefunktion ersetzt (rote Linie). Eine Randbedingung zur Interpolation dieses Splines ist der Betrag des Gradienten (im Weiteren als Vorderkantenparameter  $\kappa_{LE}$  bezeichnet) an dem oberen bzw. unteren Anknüpfungspunkt. Der Gradient liegt dort tangential an der Profillinie an. Seine Betrag  $\kappa_{LE}$  beeinflusst wie spitz die Profilverkante werden soll. Wird  $\kappa_{LE}$  groß gewählt folgt eine längere, spitzere Profilverkante und bei einem kleinen  $\kappa_{LE}$  entsprechend eine stumpfere Profilverkante. Beispiele für solche veränderten Profilverkanten finden sich in Abschnitt 3.1.1 in Kapitel 3.

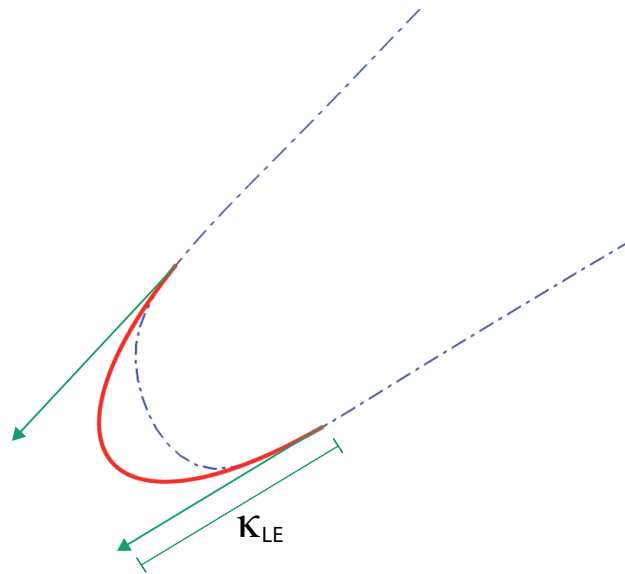


Abbildung 1.4: Darstellung des Vorderkantenparameters  $\kappa_{LE}$

### 1.3 Aufgabenstellung

Zentraler Bestandteil dieser Arbeit ist die eingehende Untersuchung des Gradient Enhanced Kriging-Verfahrens im Zusammenspiel mit dem adjungierten Strömungslöser adjointTRACE. Das Kriging-Verfahren ist ein Interpolations- bzw. Approximationsverfahren. Es nutzt die Daten bereits erzeugter Member und interpoliert aus ihnen eine Funktion, welche als Ersatzmodell bezeichnet wird. Mit dieser Funktion ist es möglich für andere Konfigurationen, also andere Werte der freien Variablen, die Zielfunktion in einem definierten Intervall vorherzusagen.

Im Rahmen dieser Arbeit soll hierzu eine Parameterstudie an dem in Abschnitt 1.2 vorgestellten 2D-Profileschnitt einer Fan-Schaufel durchgeführt werden. Dies bedeutet, dass eine bestehende Schaufelgeometrie anhand zweier Geometrieparameter geändert und mittels des 3D-Stömungslösers TRACE der isentrope Wirkungsgrad bestimmt wird. Beide Geometrieparameter sollen voneinander unabhängig geändert werden können, so dass der isentrope Wirkungsgrad als deren Funktion darstellbar ist. Im Rahmen der Parameterstudie sollen in einem festgelegten Intervall mehrere Konfigurationen für eine solche Schaufel erstellt und der isentrope Wirkungsgrad bestimmt werden. Dabei ist es eine zusätzliche Aufgabe, die Prozesskette hierfür weitestgehend zu automatisieren. Mit diesen Ergebnissen ist das Training eines Ersatzmodells mittels des Kriging-Verfahrens dann möglich.

In einem weiteren Schritt soll dann ein neues Ersatzmodell mit dem Gradient Enhanced Kriging-Verfahren trainiert werden. Dieses Verfahren benötigt jedoch nicht nur die absoluten Werte für den isentropen Wirkungsgrad an den Stützstellen, sondern darüber hinaus auch die partiellen Ableitungen bzgl. der beiden Geometrieparameter. Deren Bestimmung kann mit dem adjungierten Strömungslöser adjointTRACE für die



einzelnen Konfigurationen vorgenommen werden, so dass anschließend dann das Ersatzmodell trainiert werden kann.

Abschließend erfolgt der Vergleich der beiden Ersatzmodelle. Dazu ist es notwendig die Gradienten der beiden Ersatzmodelle sowie ihre Funktionswerte an den Stützstellen gegenüberzustellen. Darauf aufbauend soll auch betrachtet werden, ob und wie verschieden beide Verfahren zwischen den Stützstellen interpolieren. Zusätzlich ist auch die Fragestellung von Interesse, inwiefern eine Reduktion der Stützstellen das mit dem Gradient Enhanced Kriging-Verfahren trainierte Ersatzmodell verändern.

Zusammenfassend ist es also die zentrale Zielsetzung dieser Arbeit zu überprüfen, ob das Gradient Enhanced Kriging-Verfahren zusammen mit adjointTRACE prinzipiell funktioniert und welche Güte die daraus trainierten Ersatzmodell im Vergleich mit den Ersatzmodellen des herkömmlichen Kriging-Verfahrens haben. Weiterhin gilt es mögliche Problemfelder zu identifizieren und wenn möglich Lösungsansätze zu formulieren. Da die übergeordnete Themenstellung dieser Arbeit die Verbesserung des Optimierungsverfahrens für Verdichtern bzw. Verdichterkomponenten ist, soll abschließend auch eine Einschätzung gegeben werden, inwieweit sich Ersatzmodelle, welche mit dem Gradient Enhanced Kriging-Verfahren trainiert wurden, in AutoOpti zuverlässig einsetzen lassen.

## 2 Grundlagen

Zum Verständnis der vorliegenden Arbeit sollen zuerst einmal einige Grundlagen zu den strömungsmechanischen Aspekten und zum Optimierungsprozess erläutert werden.

Begonnen wird mit einigen wesentlichen Begriffen aus der Strömungsmechanik, die auch im Rahmen dieser Arbeit relevant sind. Anschließend wird die Funktionsweise einer Fluggasturbine dargestellt und dabei insbesondere auf den Triebwerks-Fan und -Verdichter eingegangen. Wesentliche Schwerpunkte sind neben dem Aufbau vor allem die Kenngrößen des Fan und das Verdichter-Kennfeld zur Darstellung verschiedener Betriebszustände.

Elementarer Bestandteil dieser Arbeit ist die Strömungssimulation mit dem 3D CFD-Verfahren TRACE und dem darin integrierten adjungierten Strömungslöser adjoint-TRACE. Aus diesem Grund werden in einem weiteren Abschnitt die Features der beiden Softwarepakete kurz vorgestellt. Abschließend wird auf das im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Kriging- bzw. Gradient Enhanced Kriging-Verfahren eingegangen. Es wird allerdings nur ein Einblick in die grundlegende Idee des Verfahrens gegeben und auf eine genaue mathematische Herleitung verzichtet.

### 2.1 Begriffe aus der Strömungsmechanik

Die Strömungsmechanik befasst sich mit der Bewegung von Flüssigkeiten und Gasen, auch allgemein als Fluide bezeichnet. Man unterscheidet zwischen inkompressiblen und kompressiblen Fluiden. Im Folgenden soll jedoch nur die Mechanik der Gase, also die Gasdynamik, betrachtet werden.

Eine wichtige Größe zur Beschreibung strömender Fluide ist der Massenstrom  $\dot{m}$ . Betrachtet man den in Abbildung 2.1 dargestellten Stromfaden, so ist der Massenstrom die Masse, die in einer Sekunde den Querschnitt  $A_1$  bzw.  $A_2$  passiert. Die Einheit des Massenstroms  $\dot{m}$  ist folglich  $kg/s$ . Der dargestellte Stromfaden hat zwei verschieden große Querschnitte, soll aber gegenüber der Umgebung als abgeschlossene Stromröhre betrachtet werden. Somit wird angenommen, dass eine Änderung der Zustandsgrößen vorzugsweise in die Längsrichtung der Stromröhre erfolgt. Änderungen in die Querrichtung können vernachlässigt werden. Ausgehend von dieser Annahme, kann die Kontinuitätsgleichung für das folgende Beispiel formuliert werden:

$$\dot{m} = \rho_1 \cdot c_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot c_2 \cdot A_2 \quad (2.1)$$

$\rho$  bezeichnet hierbei die Dichte des Fluids,  $A$  den Querschnitt der Stromröhre und  $c$  die Strömungsgeschwindigkeit des Fluids. Die allgemeine Form der Kontinuitätsgleichung ist:

$$\dot{m} = \rho \cdot c \cdot A = \text{const} \quad (2.2)$$

[Zierep u. Bühler, 2008]

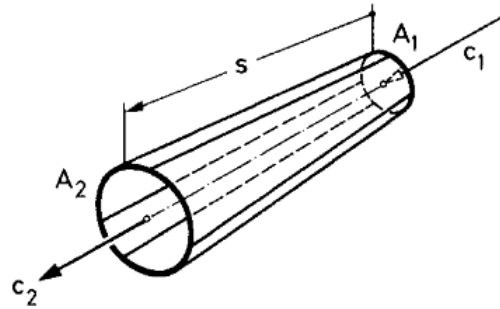


Abbildung 2.1: Definition des Stromfadens (aus [Zierep u. Bühler, 2008])

Eine für Gasströmungen sehr oft verwendete Ähnlichkeitskenngröße ist die Machzahl  $Ma$ , welche das Verhältnis zwischen der Strömungsgeschwindigkeit  $c$  und der lokalen Schallgeschwindigkeit  $a$  angibt:

$$Ma = \frac{c}{a} \quad (2.3)$$

Die Schallgeschwindigkeit wiederum ist abhängig von den Stoffeigenschaften und der Temperatur des Fluids:

$$a = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T} \quad (2.4)$$

Der Proportionalitätsfaktor  $R_s$  ist die spezifische Gaskonstante des strömenden Gases und  $\kappa$  bezeichnet den Isentropenexponenten, welcher ebenfalls eine gasspezifische Konstante ist und z.B. für Luft den Wert  $\kappa_{Luft} = 1,4$  hat. [Bräunling, 2004]

Um den Verlauf von Druck, Temperatur und Dichte längs einer Stromröhre zu beschreiben, werden die gasdynamischen Grundgleichungen verwendet. Diese leiten sich aus der kompressiblen Bernoulli-Gleichung her, welche die Impulserhaltung einer reibungsfreien, stationären, kompressiblen Strömung beschreibt. Dabei wird angenommen, dass sich ein ideales Gas mit der Ruhetemperatur  $T_0$ , dem Ruhedruck  $p_0$  und der Ruhedichte  $\rho_0$  zuerst in einem Kessel befindet und dann durch eine Öffnung aus diesem ausströmt (siehe Abb. 2.2).

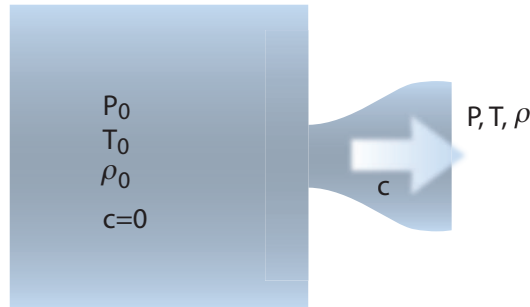


Abbildung 2.2: Ausströmen von idealem Gas aus einem Kessel

Beim Ausströmen wird die Strömung beschleunigt und es verändern sich der Druck  $p$ , die Temperatur  $T$  und die Dichte  $\rho$  der Strömung. Man spricht diesbezüglich auch von statischen Größen. Diese können dann in Beziehung zu den Ruhegrößen gesetzt und als Funktion der Machzahl dargestellt werden. Die Ruhegrößen werden im folgenden auch als Totalgrößen (Index  $t$ ) bezeichnet. Der Totaldruck  $p_t$  beispielsweise bezeichnet den Druck, der sich einstellt, wenn ein Gas isentrop, adiabat auf  $c = 0 \text{ m/s}$  verzögert wird. Dies gilt analog auch für die Temperatur und die Dichte. Ohne weitere Herleitung ergeben sich dann die folgenden Zusammenhänge:

$$\frac{p}{p_t} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot Ma^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}} \quad (2.5)$$

$$\frac{T}{T_t} = \frac{1}{1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot Ma^2} \quad (2.6)$$

$$\frac{\rho}{\rho_t} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot Ma^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}} \quad (2.7)$$

Bei der Beschreibung von Triebwerksprozessen werden in der Regel solche Totalgrößen verwendet um den Gesamtzustand des Fluids zu erfassen. [Wieghardt, 2005]

## 2.2 Betriebsverhalten und Kennfelder von Verdichtern

Ein Turbo-Luftstrahltriebwerk, wie es schematisch in Abbildung 2.3 zu sehen ist, hat die Aufgabe aus thermischer Energie eine Schubleistung zum Vortrieb eines Luftfahrzeugs zu erzeugen. Der Triebwerksprozess kann dabei hinsichtlich der einzelnen Prozessschritte mit dem eines Kolbenmotors verglichen werden. Zuerst saugt es von vorne einen Luftmassenstrom an, der den Einlauf passiert um ins Triebwerk zu gelangen (1). Anschließend wird die einströmende Luft im Verdichter komprimiert (2). Hier nach erfolgt in der Brennkammer die Aufheizung der verdichteten Luft durch das Einspritzen und Verbrennen von Brennstoff (3). Das so aufgeheizte Verbrennungsgas wird anschließend in der Turbine entspannt, so dass dort ein Teil der Strömungsenergie in eine mechanische Wellenleistung umgewandelt wird. Diese wird zum Antrieb des Verdichters genutzt. Bei Verlassen der Turbine expandiert die Luft in der Schubdüse auf Umgebungsdruck (4). Durch diese Expansion wird schließlich der Schub erzeugt.

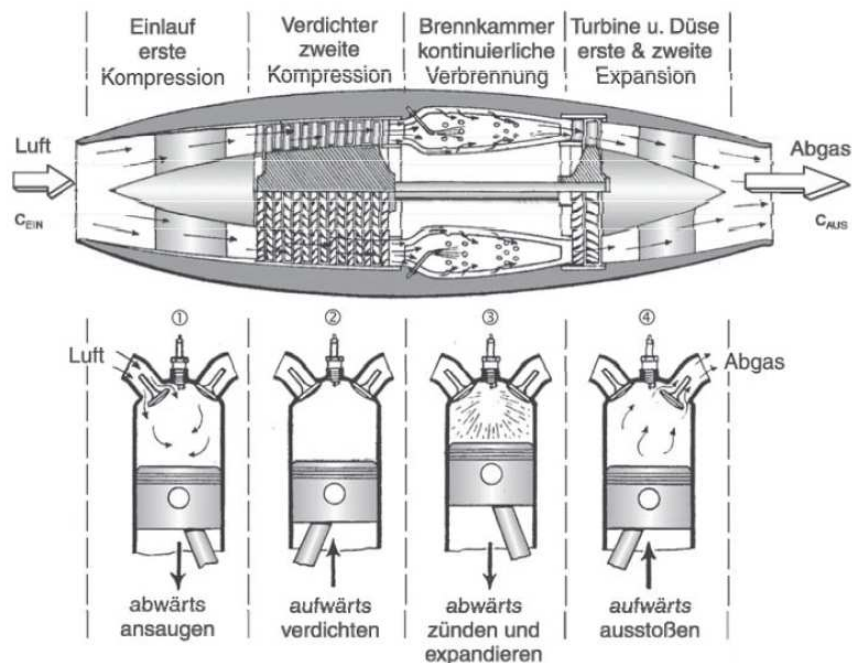


Abbildung 2.3: Vergleich zwischen dem Arbeitsprozess eines Viertakt-Kolbenmotors und dem eines kontinuierlich arbeitenden Turboluftstrahltriebwerks (aus [Bräunling, 2004])

Moderne Triebwerke besitzen, wie in Abbildung 2.4 zu sehen, noch einen Fan vor dem eigentlichen Verdichter. Seine Aufgabe ist es den einströmenden Luftmassenstrom vorzuverdichten und ihn in zwei Massenströme aufzuteilen. Der innere Massenstrom passiert das Kerntriebwerk während der äußere Massenstrom um dieses herumgeleitet wird und in einer separaten Düse zur Schuberzeugung beiträgt. Durch diese Bauweise ist es möglich den Vortriebswirkungsgrad  $\eta_a$  des Triebwerks zu verbessern. Der Vortriebswirkungsgrad setzt die Vortriebsleistung in Relation zur Nutzleistung des Triebwerks:

$$\eta_a = \frac{\text{Vortriebsleistung}}{\text{Nutzleistung}} \quad (2.8)$$

Für ein Flugtriebwerk gilt hierbei insbesondere:

$$\eta_a = \frac{2}{1 + \frac{c_9}{c_0}} \quad (2.9)$$

Der Vortriebswirkungsgrad ist also umso höher desto kleiner das Verhältnis zwischen Strahlaustrittsgeschwindigkeit  $c_9$  und Fluggeschwindigkeit  $c_0$  ist. Um einen möglichst großen Vortriebswirkungsgrad zu erzielen sollte  $c_9$  folglich möglichst klein sein. Um mit einem kleinen  $c_9$  dennoch genügend Schub erzeugen zu können, muss ein möglichst großer Massenstrom im Triebwerk umgesetzt werden. Der Fan des ZTL-Triebwerks fördert diesen großen Massenstrom, der aber nur gering beschleunigt wird, durch das Triebwerk.

Auf Grund des daraus resultierenden besseren Vortriebswirkungsgrades  $\eta_a$  wird auch der spezifische Brennstoffverbrauch des Triebwerks herabgesetzt. Ein weiterer Vorteil der kleineren Düsendeschwindigkeit des äußeren Massenstroms ist eine geringere Lärmentwicklung. Es ist allerdings, wie schon eingangs erwähnt, zu beachten, dass die ZTL-Bauweise nur bei niedrigen Flugmachzahlen ( $Ma_0 = 0,6 \dots 0,95$ ) die geschilderten Vorteile mit sich bringt. [Bräunling, 2004]

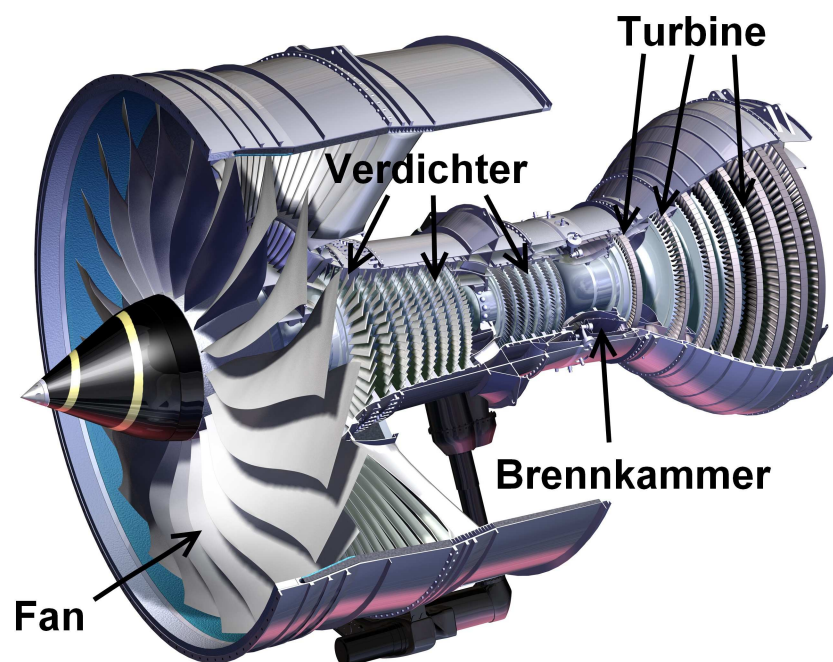


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung eines Zweistrom-Turboluftstrahltriebwerks (ZTL) (aus [DLR, 2013a])

Im Rahmen dieser Arbeit soll für eine Parameterstudie der Profilschnitt einer Fanschaufel verwendet werden. Aus diesem Grund wird im Folgenden kurz dargelegt, welche Kenngrößen zur Beschreibung eines Fans notwendig sind.

Die Abbildung 2.5 zeigt einen Verdichter mit vorgeschaltetem Fan. Zusätzlich sind noch die zur Beschreibung notwendigen Bilanzebenen gemäß des Luftfahrttechnischen Handbuchs eingetragen. Es soll sich bei der Betrachtung auf die Ebene 12 (Eintritt Fan) und 13 (Austritt Fan) beschränkt werden. An diesen Bilanzebenen können, bei bekannten Triebwerksprozess und Umgebungsbedingungen, Zustandsgrößen wie  $p_t$ ,  $T_t$ ,  $\dot{m}$ , usw. bestimmt werden. Aus diesen Zustandsgrößen ist es dann möglich weitere Kenngrößen abzuleiten.

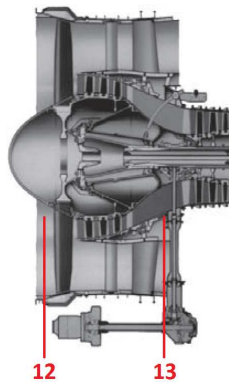


Abbildung 2.5: Schnittdarstellung des Fans eines ZTL-Triebwerks mit Bilanzebenen (aus [Bräunling, 2004])

Eine allgemein und vor allem für diese Arbeit sehr wichtige Kenngröße ist der isentrope Wirkungsgrad  $\eta_{is}$ . Dieser wird auch oft als thermischer Wirkungsgrad bezeichnet und gibt das Verhältnis zwischen genutzter und aufgewendeter Arbeit bzw. zugeführter Wärme wieder:

$$\eta_{is} = \frac{\text{genutzte Arbeit}}{\text{zugeführte Wärme}} \quad (2.10)$$

Entsprechend dieser Definition befindet sich  $\eta_{is}$  stets zwischen 0 und 1 bzw. 0% und 100%. Für eine Arbeitsmaschine, wie es ein Verdichter bzw. Fan ist, gilt der folgende Zusammenhang:

$$\eta_{is} = \frac{\left(\frac{p_{t,a}}{p_{t,e}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{\frac{T_{t,a}}{T_{t,e}} - 1} \quad (2.11)$$

bzw. auf die Bilanzebenen des Fans bezogen:



$$\eta_{is} = \frac{\left(\frac{p_{t,13}}{p_{t,12}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{\frac{T_{t,13}}{T_{t,12}} - 1} \quad (2.12)$$

$p_{t,12}$  ist der Totaldruck, der vor dem Fan aufgestauten Luft, und  $p_{t,13}$  der Totaldruck nach der Verdichtung durch den Fan.  $p_{t,13}$  wird auch des Öfteren als Gegendruck bezeichnet, da durch die Umwandlung mechanischer Energie in Druckenergie  $p_{t,13} > p_{t,12}$  ist. Das Verhältnis der beiden Drücke zueinander wird auch als Totaldruckverhältnis des Fans bezeichnet:

$$\Pi_{t,Fan} = \frac{p_{t,13}}{p_{t,12}} \quad (2.13)$$

Das im Fan hergestellte Druckverhältnis, ist stark von den Umgebungsbedingungen, sowie dem Massenstromdurchsatz abhängig. Man spricht in diesem Fall vom Betriebsverhalten des Fans bzw. des Verdichters. Dieses kann sehr gut anhand eines Verdichter-Kennfeldes dargestellt werden.

Abbildung 2.6 zeigt dessen prinzipiellen Aufbau. Aufgetragen ist das Totaldruckverhältnis des Verdichters  $\Pi_V$  auf der y-Achse in Abhängigkeit vom Verdichtermassenstrom  $\dot{m}$  auf der x-Achse. Für verschiedene Drehzahlen  $n$  des Verdichters ergibt sich ein für diesen spezifischer Zusammenhang zwischen  $\dot{m}$  und  $\Pi_V$ . Der Verdichtermassenstrom  $\dot{m}$  resultiert dabei aus den Umgebungsbedingungen vor und dem herrschenden Gegendruck hinter dem Verdichter. Der Gegendruck führt dabei zu einem Androsseln des Triebwerks und einer höheren aerodynamischen Belastung der einzelnen Stufen. Ab einem gewissen Druckverhältnis bzw. Gegendruck kann der Verdichter die Strömung nicht mehr vollständig umlenken und es kommt zum Strömungsabriss an einzelnen Schaufeln. Die Folge ist ein instabiler Betriebszustand, der in diesem Fall als Verdichterpumpen bezeichnet wird. Die Pumpgrenze kennzeichnet diesen Betriebspunkt für verschiedene Drehzahlen. Umgekehrt kann bei einer immer weiteren Herabsetzung des Gegendrucks der Massenstrom  $\dot{m}$  ab einem bestimmten Zustand nicht mehr gesteigert werden. Man spricht dann vom Erreichen der Schluckgrenze (choke line) bzw. vom Verdichtersperren. [Bräunling, 2004]

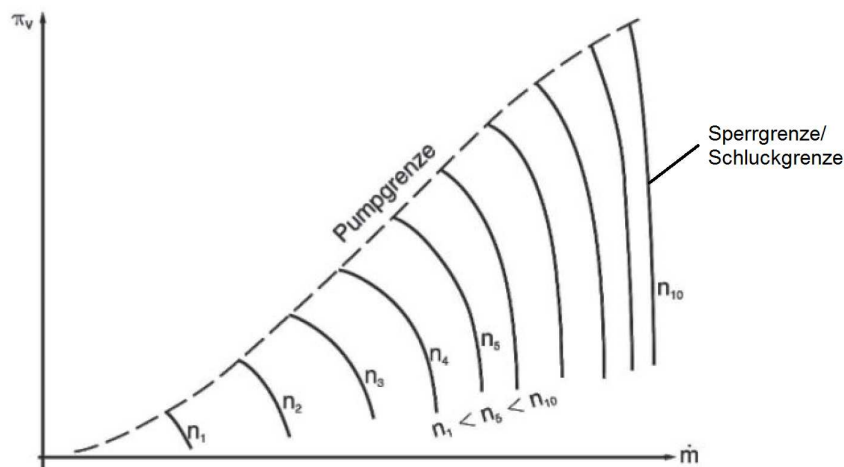


Abbildung 2.6: Prinzipskizze eines Verdichter-Kennfeldes (aus [Bräunling 2004])



## 2.3 TRACE und adjointTRACE

Zur numerischen Berechnung des Strömungsfeldes wird im Rahmen dieser Arbeit das 3D CFD-Verfahren TRACE verwendet. Hierbei kommt insbesondere der integrierte nichtlineare Strömungslöser des Softwarepakets sowie das zusätzlich enthaltene Modul adjointTRACE zum Einsatz. TRACE stellt eine Eigenentwicklung des DLR dar und dient vor allem zur Untersuchung von Turbomaschinenströmungen. [DLR, 2013b]

Bei dem nichtlinearen TRACE werden zur Strömungsberechnung die instationären, kompressiblen, Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (URANS) numerisch gelöst. Die Verwendung der URANS-Gleichungen bieten im Gegensatz zur Direkten Numerischen Simulation (DNS) den Vorteil, dass weniger Rechenaufwand zum Bestimmen einer Lösung notwendig ist. Die geringe Rechenzeit wird durch die Verwendung von Turbulenzmodellen, wie dem  $k-\omega$ -Modell, zur Modellierung der Turbulenz bewerkstelligt.

Um mit TRACE Strömungsberechnungen durchführen zu können, muss vorher ein 3D-Rechnetz erzeugt werden. Für TRACE können dabei sowohl strukturierte als auch unstrukturierte Gitter verwendet werden. Die strukturierte Gittererzeugung kann mit dem Werkzeug G3DMESH vollständig automatisiert werden. Für unstrukturierte Netze ist die Verwendung anderer freier oder kommerzieller Programme zur Netzgenerierung notwendig, da deren Erzeugung von G3DMESH nicht unterstützt wird. Mit dem Preprocessor GMC kann anschließend die Simulation vorbereitet werden. Dies umfasst das Setzen von Anfangs- und Randbedingungen, numerischen Einstellungen und die Auswahl physikalischer Modelle. Nach einer erfolgreichen Simulation kann durch die Verwendung des Postprozessors POST die vollautomatische Bestimmung von Kennzahlen vorgenommen werden. [Kügeler, 2010]

Die genaue Verwendung von TRACE im Rahmen dieser Arbeit ist dem Abschnitt 3.2 in Kapitel 3 zu entnehmen. Hier werden dann die relevanten Einstellungen auch genauer erläutert.

Das Modul adjointTRACE ist eine Erweiterung von TRACE, das speziell für Optimierungsanwendungen entwickelt wurde. Die Idee des Verfahrens ist es nicht aus einer gegebenen Geometrie einschließlich Rand- und Anfangsbedingungen das Strömungsfeld zu berechnen, sondern umgekehrt vorzugehen. Es wird also aus einer vorliegenden Strömungslösung, die mit TRACE bestimmt wurde, wieder auf die Geometrie zurück gerechnet. adjointTRACE löst dazu die diskret adjungierten RANS-Gleichungen. Durch diese Vorgehensweise ist es anschließend möglich eine Strömungsgröße als Zielfunktion zu definieren und deren Sensitivitäten zu bestimmen. Unter Sensitivität versteht man in diesem Kontext die Empfindlichkeit der Zielfunktion hinsichtlich der Variation eines geometrischen Parameters, der eine Veränderung des Rechengitters bewirkt. Da die Geometrieänderung in der Regel vom Benutzer vorgegeben wird und somit bekannt ist, können aus den Sensitivitäten direkt partielle Ableitungen der Strömungsgröße nach einem oder mehreren Geometrieparameter(n) bestimmt werden. [Frey u. Engels-Putzka, 2013]

adjointTRACE ist zusammenfassend nichts anderes als das diskret adjungierte (stationäre) TRACE. Es berücksichtigt alle Features von TRACE, die Einfluss auf die stationäre Lösung haben. Eine Ausnahme stellt das Turbulenzmodell dar, welches zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht implementiert ist. Stattdessen wird ein linearer Constant-

eddy-viscosity-Ansatz gewählt [Kügeler, 2010].

Die Prozesskette zur Verwendung von adjointTRACE im Rahmen dieser Arbeit wird in Abschnitt 3.3 des Kapitels 3 ausführlich erläutert.

## 2.4 Gradient Enhanced Kriging-Verfahren

Zum Training der Ersatzmodelle wird in dieser Arbeit das statistische Interpolationsverfahren Kriging verwendet. Das Kriging-Verfahren wurde 1963 vom französischen Mathematiker Georges Matheron entwickelt und ist nach dem südafrikanischen Bergbauingenieur Daniel Krige benannt [Matheron, 1963]. Krige legte 1951 hierfür die Grundlagen als er versuchte eine optimale Interpolationsmethode basierend auf der räumlichen Abhängigkeit von Messpunkten, für den Bergbau zu entwickeln [Krige, 1953].

Ein Bestandteil dieser Arbeit ist der Vergleich des Interpolationsverhaltens das herkömmlichen Ordinary Kriging-Verfahrens und dem erweiterten Gradient Enhanced Kriging-Verfahren. Während das Ordinary Kriging auf Basis der Funktionswerte von Stützstellen eine Funktion interpoliert nutzt das Gradient Enhanced Kriging zusätzlich noch Gradienteninformationen.

Das Kriging-Verfahren bietet viele Vorteile, die es auch für eine Anwendung innerhalb eines automatisierten Optimierers wie AutoOpti qualifiziert:

- Eine sehr einfache Initialisierung, so dass stets gute Ergebnisse unabhängig von Startparametern geliefert werden
- Bei der Extrapolation strebt das Kriging-Verfahren gegen den Erwartungswert
- Es handelt sich um einen BLUE-Schätzer (Best Linear Unbiased Estimator) [Matheron, 1963]
- Die lokale Häufung von Stützstellen wird berücksichtigt, so dass gehäufte Stützstellen weniger gewichtet werden [Krüger, 2012]

Die grundlegende Idee des Kriging-Verfahrens ist es, den zu schätzenden Wert  $y^*(x_0)$  als gewichtete Summe der bekannten Stützstellen darzustellen:

$$y^*(x_0) = \sum_{i=0}^m w_i y(x_i) \quad (2.14)$$

$w_i$  sind hier die zu bestimmenden Gewichte und  $y(x_i)$  die bereits bekannten Stützstellen. Das Ziel des Verfahrens ist nun die Bestimmung der Gewichte. Dabei soll der räumliche Zusammenhang der Stützstellen über ein statistisches Modell berücksichtigt werden, so dass lokale Häufungen weniger gewichtet werden. Nahe beieinander liegende Member werden also als korreliert betrachtet.

Zur Darstellung des Zusammenhangs von zwei Stützstellen wird ein Korrelationsmodell verwendet, welches die Korrelation zweier Member bewertet. Übereinstimmende Stützstellen haben die Korrelation 1 und unendlich voneinander entfernte Stützstellen die Korrelation 0. Zur Modellierung des dazwischen liegenden Bereichs wird eine Korrelationsfunktion, wie z.B. die Gauss Korrelationsfunktion verwendet:

$$\text{corr}(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = e^{-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^k \theta_l |x_{1l} - x_{2l}|^2} \quad (2.15)$$

$\vec{\theta}$  ist der Vektor, der die sogenannten Hyperparameter enthält. Im Rahmen des Kriging-Verfahrens ist es das Ziel diese anfangs unbekannten Parameter zu bestimmen. Welche Auswirkung die Hyperparameter auf die Korrelationsfunktion haben ist in Abbildung 2.7 zu erkennen.

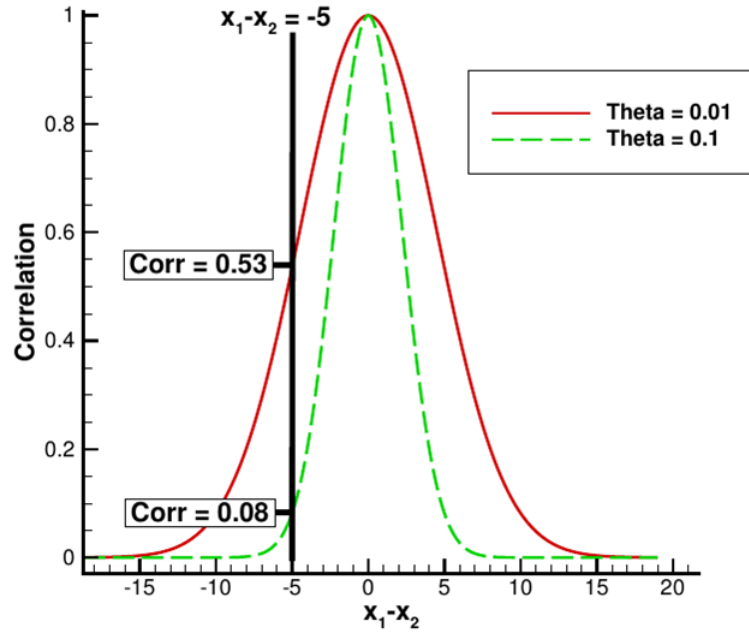


Abbildung 2.7: Einfluss eines Hyperparameters  $\theta$  auf die Korrelationsfunktion (aus [Schmitz, 2013])

Beim Kriging-Verfahren müssen mit dieser Korrelationsfunktion die Korrelationswerte aller Stützstellen zu allen restlichen Stützstellen bestimmt werden. Bei beispielsweise 3 Stützstellen müssen also bereits  $3^2 = 9$  Korrelationswerte bestimmt werden. Diese werden in einer Korrelationsmatrix  $\mathbf{R}$  dargestellt. Zur Bestimmung der Gewichte für den in Gleichung 2.14 bestimmten Ansatz muss diese Korrelationsmatrix invertiert werden. Da bei einer großen Anzahl an Stützstellen  $m$  die Matrix  $m^2$  Einträge hat, trägt diese Operation maßgeblich zum Zeitbedarf der gesamten Rechnung bei. [Krige, 1953; Matheron, 1963]

Beim Gradient Enhanced Kriging-Verfahren wird das Ordinary Kriging insofern erweitert, dass auch die partiellen Ableitungen  $\frac{\partial y(x)}{\partial x}$  einiger Stützstellen in das Modell eingehen. Zum Training müssen diese partiellen Ableitungen auch miteinander korreliert werden und gehen somit in die Korrelationsmatrix  $\mathbf{R}$  mit ein. Angewendet auf das eben genannte Beispiel der 3 Stützstellen bedeutet dies, dass bei der Berücksichtigung von partiellen Ableitungen nach zwei Parametern nicht mehr 3 sondern 9 Werte miteinander korreliert werden müssen. Somit ergeben sich dann  $9^2 = 81$  Korrelationswerte, die zu bestimmen und in der Korrelationsmatrix  $\mathbf{R}$  darzustellen sind. Dies

---

hat zur Folge, dass der Zeitaufwand zum Invertieren der Korrelationsmatrix bei einer großen Stützstellenanzahl nochmals ansteigt [Schmitz, 2013].

Die Ausführungen dieses Abschnitts sollten einen kurzen Einblick in die Vorteile und die Idee des Kriging-Verfahrens geben. Für eine ausführlicher Herleitung sei an dieser Stelle auf [Krüger, 2012; Schmitz, 2013] verwiesen.

### 3 Darstellung der Prozesskette der Parameterstudie

Die Validierung des Gradient Enhanced Kriging-Verfahrens soll anhand der Parameterstudie am Profilschnitt eines Fans durchgeführt werden. Hierfür ist es gemäß der Aufgabenstellung notwendig einerseits die Profilgeometrie zu variieren und andererseits mit dem Strömungslöser TRACE bzw. dem adjungierten Strömungslöser adjoint-TRACE die Berechnungen des Strömungsfeldes durchzuführen. Im Rahmen des Postprocessings erfolgt dann die Berechnung von Kenngrößen, wie im konkreten Fall dem isentropen Wirkungsgrad, aus der Strömungslösung. Zusätzlich werden basierend auf den Ergebnissen Kriging-Ersatzmodelle trainiert.

Die Gesamtheit dieser verschiedenen Aufgaben wird als Prozesskette bezeichnet. Sie gliedert sich im Rahmen der Aufgabenstellung dieser Arbeit in die folgenden Schritte, die in den folgenden Abschnitten erläutert werden:

1. Variation der Vorderkantengeometrie und des Anstellwinkels der Profilschaufel
2. Generierung des Rechennetzes für die TRACE-Rechnung
3. Einstellung der TRACE-Rechnung (Preprocessing)
4. Berechnung der Strömungslösung mit TRACE
5. Bestimmung des isentropen Wirkungsgrades aus der Strömungslösung (Postprocessing)
6. Bestimmung der Sensitivitäten
7. adjointTRACE-Rechnung für den isentropen Wirkungsgrad als Zielfunktion
8. Bestimmung der Sensitivitäten und Gradienten
9. Training des Kriging-Ersatzmodells

#### 3.1 Variation der Geometrie und Vernetzung

Grundlage für eine Parameterstudie zur Untersuchung des Einflusses verschiedener Geometrieparameter ist ein Prozess, mit dem sich die Schaufelgeometrie möglichst schnell und einfach verändern lässt. Die Gestaltung einer Fan-Schaufel und deren

wichtigste Parameter wurden bereits in Abschnitt 1.2 erläutert. Im Folgenden wird jedoch nicht die vollständige Schaufel, sondern lediglich ein zweidimensionaler Profilschnitt betrachtet. Gemäß der Aufgabenstellung sollen zwei voneinander unabhängige Geometrieparameter des Profils variiert werden. Es sind einerseits die Form der Profilverkante und andererseits der Staffelungswinkel  $\beta_{ST}$  des Profils als zu untersuchende Profilparameter gewählt worden. Die Änderung der Profilverkante erfolgt durch die Veränderung des Verkantenparameters  $\kappa_{LE}$ . Die Verkante wird dann unabhängig vom restlichen Profil neu gestaltet. Die Änderung des Anstellwinkels hingegen erfolgt durch eine reine 2D-Festkörperdrehung. Da die Änderung des Staffelungswinkels immer in Bezug auf das unveränderte Ausgangsprofil (siehe Abb. 1.3) erfolgt, wird dieser nicht direkt als Geometrieparameter betrachtet. Stattdessen wird die Änderung des Staffelungswinkels zum Staffelungswinkel des Ausgangsprofils verwendet. Aus diesem Grund ist der für alle weiteren Betrachtungen relevante Geometrieparameter der Anstellwinkel  $\Delta\beta_{ST}$  des Profils.

Aus diesem 2D-Profilschnitt ist es anschließend möglich durch Extrusion eine dreidimensionale Geometrie zu erzeugen.

### 3.1.1 Variation der Profilverkante

Wie im Abschnitt 1.2 beschrieben, wurde die Profilverkante so parametrisiert, dass durch die Veränderung eines Parameters die Verkante hinsichtlich ihrer Krümmung verändert werden kann. Dieser Parameter wird im Folgenden als Verkantenparameter  $\kappa_{LE}$  bezeichnet.

Zur Gestaltung der neuen Verkante wird die ursprüngliche Profilgeometrie eingelesen, mittels des Tools VK ReDesign verändert und als eine neue Profilgeometrie abgespeichert. VK ReDesign nutzt dabei den Verkantenparameter  $\kappa_{LE}$  um die Profilverkante neu zu gestalten. Der Einfluss dieses Parameters soll an dieser Stelle nur qualitativ betrachtet werden. Zur genaueren Erläuterung sei an dieser Stelle auf Abschnitt 1.2 verwiesen. Grundsätzlich gilt, dass  $\kappa_{LE} > 0$  sein muss. Vergrößert man den Verkantenparameter, so führt dies zu einer spitzeren Profilverkante. Beispielshaft sind in Abbildung 3.1 drei verschiedene Verkanten dargestellt. Die durchgezogene rote Linie kennzeichnet die mittels VK ReDesign veränderte Verkante. Die gestrichelte blaue Linie zeigt den Verlauf der realen nicht veränderten Verkante. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass auch bei einer sehr stumpfen Verkante, wie sie in Abbildung 3.1a zu sehen ist, die Funktion der neuen Profilkontur an allen Stellen zweifach differenzierbar ist.

Wird  $\kappa_{LE} = 2,5$  gewählt, so entspricht die mit VK ReDesign bearbeitete ungefähr der realen Verkante (siehe Abb. 3.1b). Ausgehend von diesem Wert wird dann das Intervall festgelegt, in welchem  $\kappa_{LE}$  variiert werden soll. Das Kriterium für die Wahl der oberen und unteren Grenze ist, dass eine Strömungsberechnung mit TRACE unter den gegebenen Randbedingungen (siehe Abschnitt 2.2) bei einem nicht zusätzlich angestellten Schaufelprofil ( $\Delta\beta_{ST} = 0^\circ$ ) problemlos möglich ist.

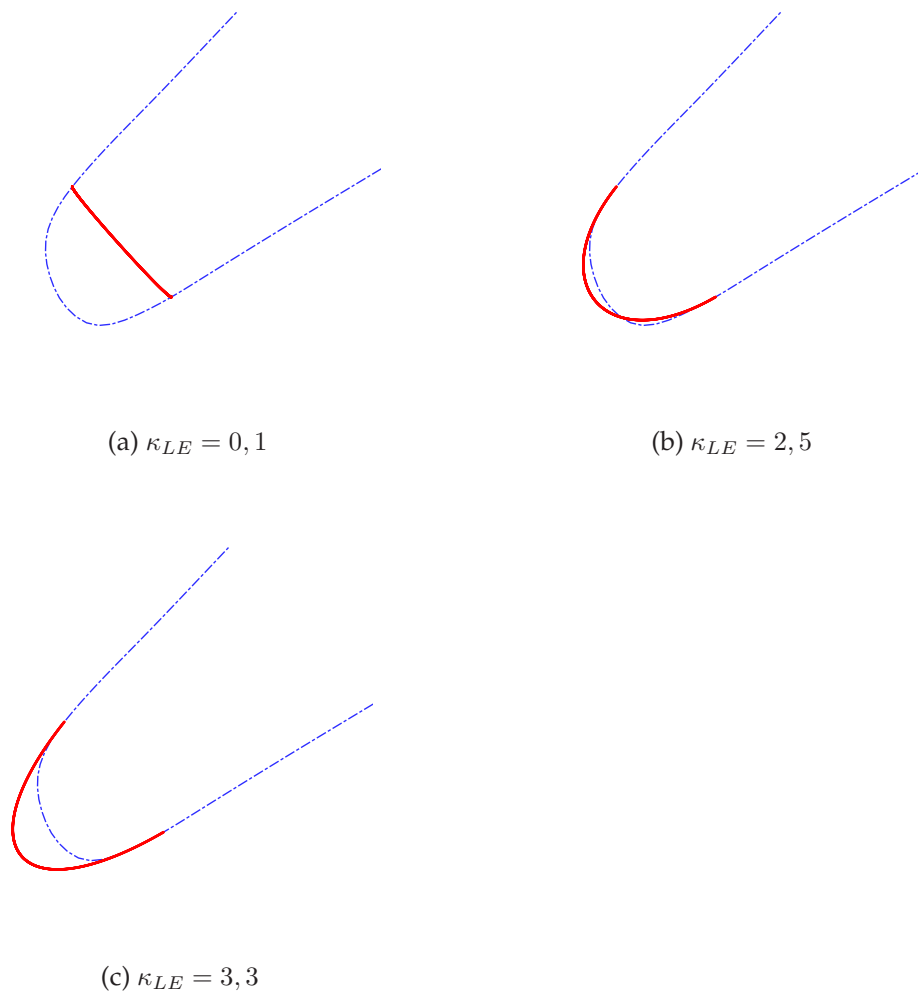


Abbildung 3.1: Profilvorderkanten mit verschiedenen Vorderkantenkrümmungen  $\kappa_{LE}$

Es werden äquidistant die folgenden fünf Werte für  $\kappa_{LE}$  zur Erzeugung von Profilen mit verschiedenen Profilvorderkanten gewählt:

- 0,1
- 0,9
- 1,7
- 2,5
- 3,3

### 3.1.2 Variation des Anstellwinkels

Nach der Veränderung der Profilvorderkante ist auch eine Variation des Anstellwinkels für die Parameterstudie notwendig. In der Praxis wird also ein Profil mit entsprechender Vorderkantenform für  $\Delta\beta_{ST} = 0^\circ$  erstellt. Für die folgende Veränderung des Anstellwinkels ist dies dann die Referenzgeometrie. Nun erfolgt die Drehung des Profils um einen Punkt vor der Profilvorderkante. Es ist für die weiteren Betrachtungen zu beachten, dass nicht der Staffelungswinkel  $\beta_{ST}$  sondern die Veränderung des Anstellwinkels  $\Delta\beta_{ST}$  bezogen auf die Referenzschaufel angegeben wird.

Auch für diese Geometrievariation wird ein Intervall festgelegt, in dem eine Strömungslösung mit TRACE noch möglich ist. Die untere Grenze ist eine Reduktion des Anstellwinkels um  $4^\circ$  bezogen auf die Referenzgeometrie, also  $\Delta\beta_{ST} = -4^\circ$ . Die obere Grenze ist eine Erhöhung desselben um  $10^\circ$ . Die Variation des Anstellwinkels erfolgt in  $2^\circ$ -Schritten, so dass für jede Profilvorderkante die folgenden acht verschiedenen Anstellwinkel betrachtet werden:  $-4^\circ, -2^\circ, 0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ$ .

Insgesamt ergeben sich also zusammen mit der Variation des Vorderkantenparameters 40 verschiedene Konfigurationen, die im Rahmen der Parameterstudie untersucht werden.

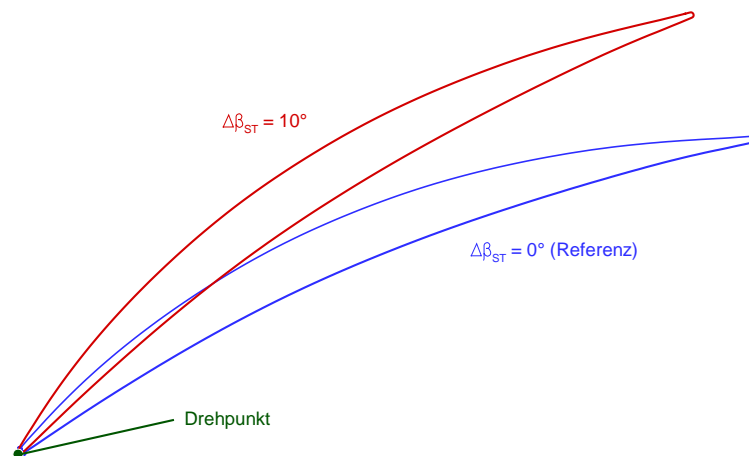


Abbildung 3.2: Vergleich zweier verschieden angestellter Profile ( $\kappa_{LE} = 2, 5$ )

Die hierfür nötige Änderung der Profilgeometrie wird durch eine 2D-Festkörperdrehung in dem Programm Tecplot realisiert. Die Abbildung 3.2 zeigt beispielhaft die Drehung eines Profilschnitts mit einer Vorderkantenkrümmung von  $\kappa_{LE} = 2, 5$  um  $\Delta\beta_{ST} = 10^\circ$ . Der grün eingezeichnet Punkt ist der Drehpunkt, um den der gesamte Profilschnitt gedreht wird.



### 3.1.3 Geometrieerzeugung

Die in Abschnitt 3.1.1 und Abschnitt 3.1.2 beschriebenen Manipulationen beziehen sich auf einen 2D-Profilschnitt. TRACE benötigt allerdings zur Berechnung der Strömungslösung eine dreidimensionale Geometrie bzw. ein dreidimensionales Rechennetz. Deshalb wird vor der Erzeugung des Rechennetzes der Profilschnitt in die dritte Dimension verlängert, so dass ein Prisma entsteht, dessen Grundfläche der Profilschnitt ist. Die Abbildung 3.3 zeigt beispielhaft wie eine solche Geometrie aussehen kann.

Die Extrusion des 2D-Profilschnitts wird mittels eines Python-Skriptes und dem Programm Tecplot durchgeführt. Der Prozess an sich ist vollständig automatisiert und kann ohne weitere Einstellungen vorzunehmen ausgeführt werden. Die Koordinaten der erzeugten Geometrie werden anschließend in einer Textdatei abgespeichert.

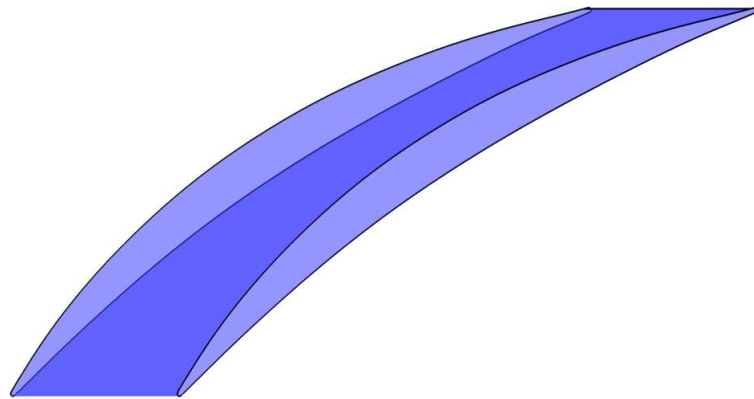


Abbildung 3.3: 3D-Geometrie eines extrudierten 2D-Profilschnitts ( $\kappa_{LE} = 2, 5$ ;  $\Delta\beta_{ST} = 10^\circ$ )

### 3.1.4 Erstellung des Rechennetzes

Ähnlich wie die im vorigen Abschnitt 3.1.3 beschriebene Geometrieerzeugung ist auch die Netzerzeugung vollständig automatisiert. Durchgeführt wird sie mittels des Programms G3DMESH, mit welchem für alle Rechnungen im Rahmen dieser Arbeit strukturierte Netze generiert werden. Die Input-Daten hierfür befinden sich in der Textdatei, welche bei der Geometrieerzeugung erstellt wurde.

G3DMESH liefert als Output eine CGNS-Datei, die wiederum als Input-Datei für die TRACE-Rechnung dient. Da sowohl die Geometrie- als auch die Netzerzeugung vollständig automatisiert sind, kann die Strömungsberechnung mit Ausnahme der Einstellungen in GMC (siehe Abschnitt 3.2) ohne weitere Zwischenschritte durchgeführt werden.

In Abbildung 3.4 ist ein solches mit G3DMESH erzeugtes Rechennetz dargestellt. Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Rechennetz verfügt über ca. 40.000 Punkte und 20.000 Zellen. In k-Richtung befindet sich nur eine Zelle, da ein 2D-Profilschnitt betrachtet wird. Für eine erfolgreiche TRACE-Rechnung ist an dieser Stelle vor allem

darauf zu achten, dass das Netz im Bereich der Vorder- und Hinterkante des Profils hinreichend fein und gleichmäßig gestaltet ist. Abbildung 3.5 zeigt wie ein sauber erzeugtes Rechennetz an der Vorder- (Abb. 3.5a) und an der Hinterkante (Abb. 3.5b) aussehen muss. Die Beurteilung der Netzqualität erfolgt für dieser Arbeit nicht automatisiert. Die Netze mussten also optisch auf eventuelle Gitterfehler überprüft werden. Bei allen für diese Arbeit erzeugten Netzen traten aber keine Gitterfehler auf. Die Netzgenerierung an sich war vorgegeben, so dass an dieser Stelle auch auf eine Netzunabhängigkeitsstudie verzichtet werden kann.

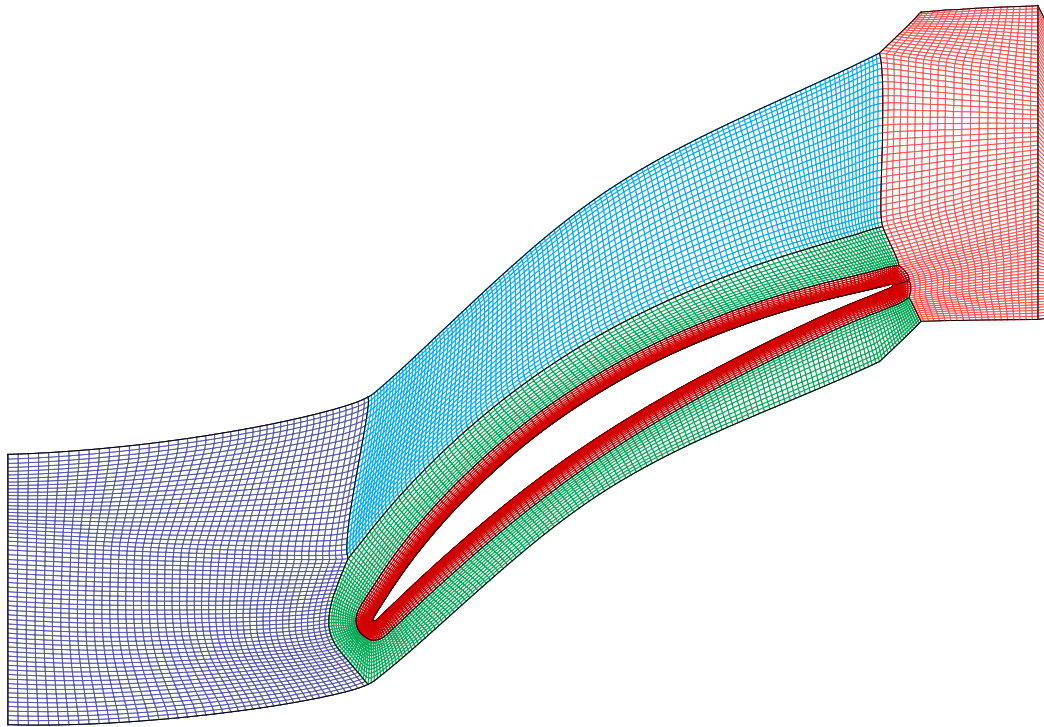
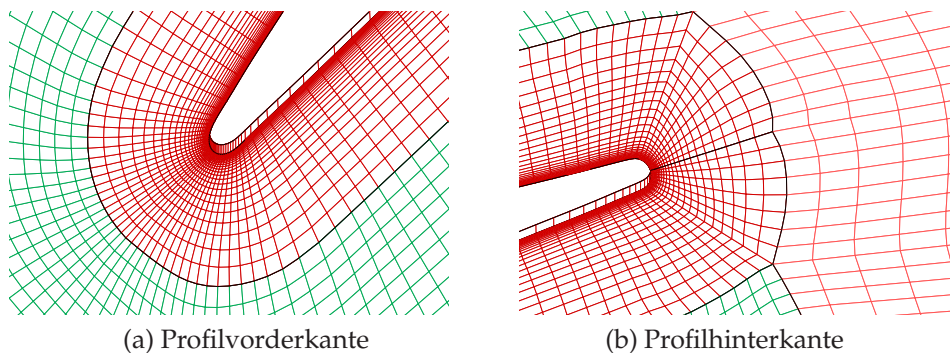


Abbildung 3.4: Profilschaufel mit Rechennetz für TRACE-Rechnung



(a) Profilvorderkante

(b) Profilhinterkante

Abbildung 3.5: Auflösung des Rechennetzes

### 3.1.5 Automatisierung

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Prozesskette zur Manipulation und Erzeugung der Geometrie mit der anschließenden Netzgenerierung ist trotz der bereits verwendeten Skripte relativ umfangreich. In Anbetracht der Tatsache, dass für eine Parameterstudie eine große Anzahl verschiedener Geometrien erzeugt werden müssen, ist es sinnvoll diese mit Hilfe eines Python-Skriptes zu automatisieren.

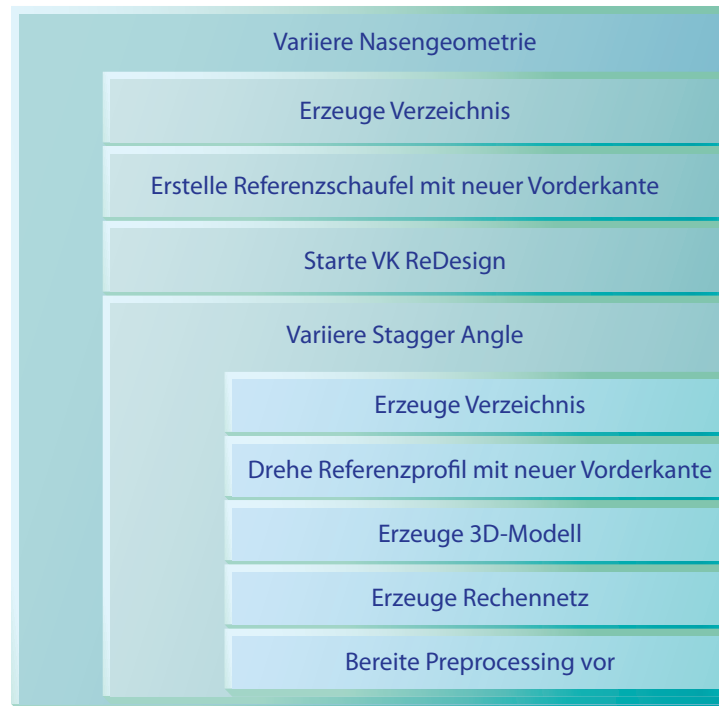


Abbildung 3.6: Struktogramm des Python-Skripts zur Automatisierung der Prozesskette

Die wesentlichen Aufgaben sind in dem Struktogramm in Abbildung 3.6 dargestellt. Das Skript verbindet die durch die einzelnen Skripte durchzuführenden Prozesse und erzeugt die Geometrien der 2D-Profilschnitte mit dem jeweils zugehörigen Netz in einer sinnvollen Ordnerstruktur. Die TRACE-Rechnung und die Konfiguration mittels GMC ist allerdings nicht integriert. Jedoch kann GMC mittels eines gesonderten Skriptes auch schnell konfiguriert werden. Das sich anschließende Postprocessing muss allerdings noch manuell durchgeführt werden.

Der Ablauf der im Skript festgehaltenen Prozesse orientiert sich an der in diesem Kapitel beschriebenen Prozesskette. In einer äußeren Schleife wird die Gestaltung der Profilvorderkante systematisch variiert, da gemäß der Prozesskette zuerst die Profilvorderkante verändert werden muss. Hierfür wird eine eigenes Verzeichnis und eine Referenzgeometrie mit dem neuen Vorderkantenparameter erstellt. In einer inneren Schleife werden dann Profile mit verschiedenen Anstellwinkeln auf Basis dieser Referenzgeometrie generiert. Auch diese werden jeweils in eigenen Verzeichnissen abgelegt. Im Anschluss werden die Skripte zur Erzeugung der dreidimensionalen Geometrie und zur Netzgenerierung ausgeführt. Zuletzt wird sichergestellt, dass der Output-Ordner für die TRACE-Rechnung leer ist.

## 3.2 Strömungsberechnung mit TRACE

Im Rahmen der Parameterstudie soll der isentrope Wirkungsgrad  $\eta_{is}$  für die 2D-Profil-schnitte der Fan-Schaufeln bestimmt werden. Um dies zu erreichen ist es notwendig mittels des 3D-Strömungslösers TRACE das Strömungsfeld für einen Profilschnitt zu berechnen. Basis der Strömungsberechnung ist ein Rechennetz (siehe Abschnitt 3.1), welches in einer CGNS-Datei gespeichert ist. Mittels des Programms GMC kann die TRACE-Rechnung im Rahmen des Preprocessings konfiguriert werden. Anschließend wird dann die TRACE-Rechnung durchgeführt. Im Rahmen des Postprocessings können schließlich aus der Strömungslösung Kenngrößen, wie z.B. der isentrope Wirkungsgrad bestimmt werden. Im Folgenden sollen die genannten Schritte der Prozesskette (Abb. 3.7) zur Strömungsberechnung dargestellt werden. Die Schritte "Veränderung der Schaufelgeometrie" und "Netzerzeugung" wurden bereits im vorigen Abschnitt 3.1 beschrieben.

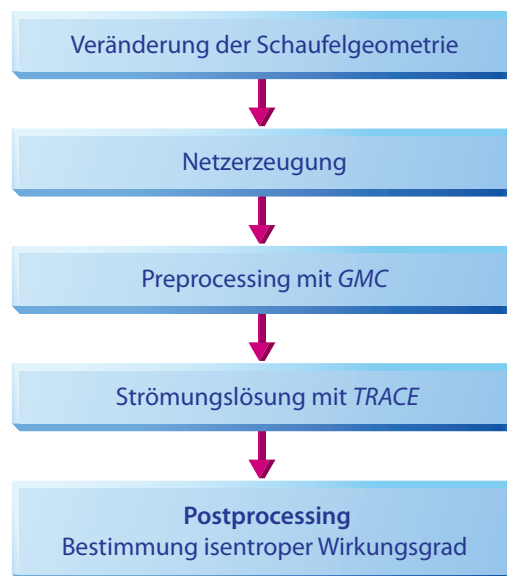


Abbildung 3.7: Prozesskette zur Durchführung von TRACE-Rechnungen

### 3.2.1 Preprocessing

Die Einstellungen, die in GMC vorgenommen werden können, sollen an dieser Stelle nicht in allen Einzelheiten dargelegt werden. Der Fokus soll stattdessen auf den Strömungsrandbedingungen sowie den Solver- und Konvergenzeinstellungen liegen.

Die gewählten Solver-Einstellungen für die nichtlinearen TRACE-Rechnungen sind der Tabelle 3.1 zu entnehmen. Die Konfiguration wird in GMC unter "Solver" → "Global Settings" → "Solver Settings" vorgenommen. Diese wird für alle Berechnungen gleich gewählt, um die Vergleichbarkeit der einzelnen Rechnungen sicherzustellen.

Beschreibung	Einstellung
Simulation mode - Option	<i>steady</i>
max. time-steps	<i>230.000</i>
Scheme	<i>FrommScheme</i>
Accuracy	<i>2nd order</i>
Limiter	<i>VanAlbadaSqr</i>
Entropy fix	<i>0,02</i>
Solution method	<i>PredictorCorrector</i>
CFL number	<i>CFL 1 at time-step 1</i>
	<i>CFL 50 at time-step 100</i>
Robust convergence acceleration	<i>activated</i>
Number of robust timesteps	<i>500</i>

Tabelle 3.1: Solver-Einstellungen für TRACE-Rechnung in GMC

Die Konvergenz-Einstellungen, welche in Tabelle 3.2 dargestellt sind, legen die Konvergenzkriterien für die TRACE-Rechnung fest. Diese sind so eingestellt, dass bei einer erfolgreichen Rechnung davon ausgegangen werden kann, dass die Strömungslösung sehr gut auskonvergiert ist. Dies ist notwendig, um die späteren adjungierten Rechnungen mit adjointTRACE auf Basis der Ergebnisse der TRACE-Rechnung durchführen zu können. Vor allem die Schwankungen des isentropen Wirkungsgrades müssen ausreichend klein sein um sicherzustellen, dass im weiteren Verlauf die Sensitivitäten zuverlässig bestimmt werden können (siehe Abschnitt 3.3). Da die Anzahl der notwendigen Iterationen für eine ausreichende Konvergenz im voraus noch nicht genau abzuschätzen ist, soll jede Rechnung zur Sicherheit mindestens 10.000 Iterationen umfassen.

Beschreibung	Einstellung
Time step start	<i>10.000</i>
Time step interval	<i>100</i>
Massflow	<i>0,01%</i>
Efficiency	<i>0,01%</i>
Pressure Ratio	<i>0,01%</i>
Residual L1	<i><math>10^{-5}</math></i>

Tabelle 3.2: Konvergenz-Einstellungen für TRACE-Rechnung in GMC

Als Strömungsrandbedingung wird ein statischer Gegendruck von  $p_{t,13} = 103.000 \text{ Pa}$  festgelegt. Bei diesem Gegendruck ist in der Regel eine Strömungslösung möglich. Die

genaue Definition des statischen Gegendrucks  $p_{t,13}$  wurde bereits in Abschnitt 2.2 in Kapitel 2 erläutert.

Zur Festlegung des Gegendrucks werden für einen Profilschnitt mit  $\Delta\beta_{ST} = 0^\circ$  und realer Vorderkantengeometrie TRACE-Rechnungen bei verschiedenen Gegendrücken durchgeführt und jeweils der Massenstrom  $\dot{m}$  bestimmt. Der Gegendruck wird hierfür in 1000-Pa-Schritten in einem Intervall von  $p_{t,13} = 89.000 \text{ Pa} \dots 115.000 \text{ Pa}$  variiert. Abbildung 3.8 zeigt ein Kennfeld, das den Gegendruck in Abhängigkeit vom Massenstrom darstellt so wie es bereits in Abschnitt 2.1 in Kapitel 2 erläutert wurde. Es ist zu erkennen, dass der maximale Durchsatz des Fans bei  $p_{t,13} \approx 107.000 \text{ Pa}$  liegt. Der Massenstrom beträgt bei diesem und niedrigeren Gegendrücken  $\dot{m} \approx 18,2 \text{ kg/s}$ . Bei dem gewählten Gegendruck von  $p_{t,13} \approx 103.000 \text{ Pa}$  befindet sich der Fan also bereits in einem Betriebsbereich an der Schluckgrenze, so dass ein Verdichter-Sperren erkennbar ist. Für das Training der Kriging-Modelle, welches im Fokus dieser Arbeit steht, ist dieser Betriebspunkt allerdings nicht weiter problematisch. Es muss nur sichergestellt sein, dass ein funktionaler Zusammenhang zwischen einer Änderung der beiden Geometrieparameter und dem isentropen Wirkungsgrad vorliegt. Solange für die vorgegebenen Konfigurationen eine gut auskonvergierte Strömungslösung möglich ist, spielt der instabile Betriebspunkt deshalb keine Rolle.

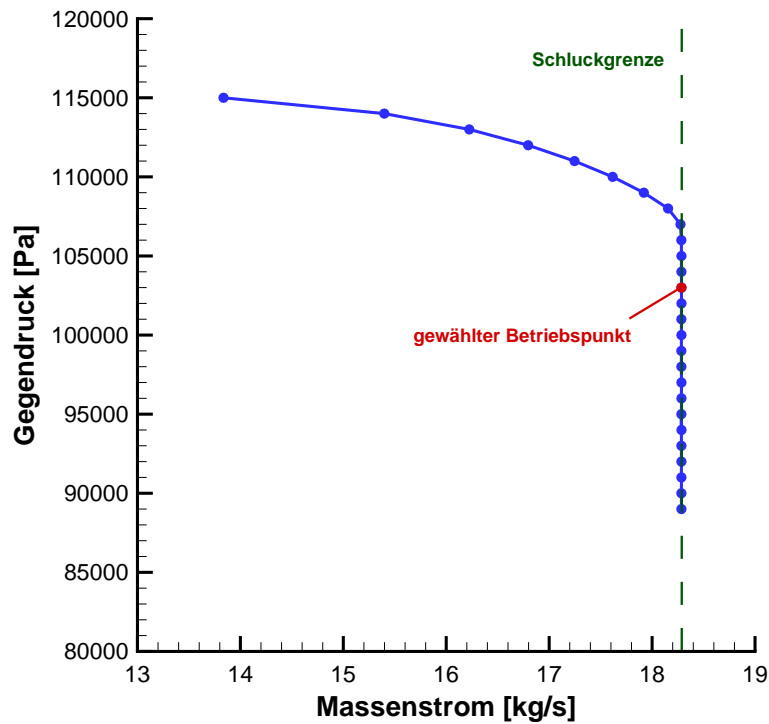


Abbildung 3.8: Kennfeld eines Fans bestehend aus Fanschaufeln mit  $\kappa_{LE} = 2,5$

Die in GMC vorgenommenen Einstellungen werden zur Automatisierung der Prozesskette in ein Skript geschrieben. Dieses wird vor dem Start der Rechnung ausgeführt, so dass alle Einstellungen automatisch gesetzt werden und nicht manuell vorgenommen werden müssen.



### 3.2.2 Strömungslösung

Die Strömungslösung mit TRACE erfolgt nach der Konfiguration in GMC automatisch. Es ist jedoch möglich während der Rechnung das Konvergenzverhalten anhand einzelner Größen zu beobachten. Im Rahmen der hier durchgeführten Berechnungen wird der Verlauf des L1-Residuums und der des Massenstroms am Ein- und Austritt jeweils über die einzelnen Iterationsschritte betrachtet.

Abbildung 3.9 zeigt den Verlauf des Residuums einer gut auskonvergierten Lösung (Konfiguration mit  $\kappa_{LE} = 0,1$ ) im Vergleich zu einer nicht vollständig auskonvergierten Lösung (Konfiguration mit  $\kappa_{LE} = 0,9$ ). Im letzteren Fall wird das Konvergenzkriterium für das L1-Residuum ( $Res_{L1} < 10^{-5}$ ) während der gesamten Rechnung nicht erreicht. Wird das eingestellte L1-Residuum nicht erfüllt, bedeutet dies jedoch nicht automatisch, dass keine sinnvolle Strömungslösung bestimmt worden ist.

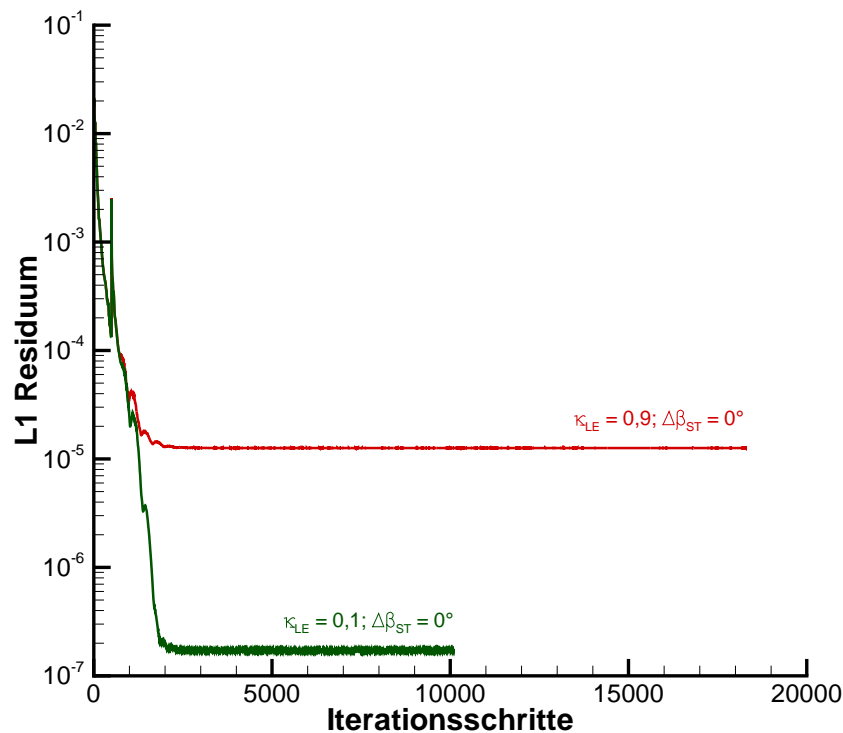


Abbildung 3.9: Vergleich der Residuen einer gut auskonvergierten (roter Graph) und nicht vollständig konvergierten Lösung (grüner Graph)

Abbildung 3.10 zeigt den Verlauf des Massenstroms am Ein- und Austritt für eine konvergierte Lösung. Im Falle einer nicht konvergierten Lösung würden die beiden Massenströme am Ein- und Austritt divergieren, so dass die Kontinuitätsgleichung nicht mehr erfüllt ist. Tritt dieser Fall auf, so ist definitiv davon auszugehen, dass die Lösung nicht sinnvoll ist. Divergierende Massenströme sind aber bei keiner der ausgewählten Konfigurationen aufgetreten.

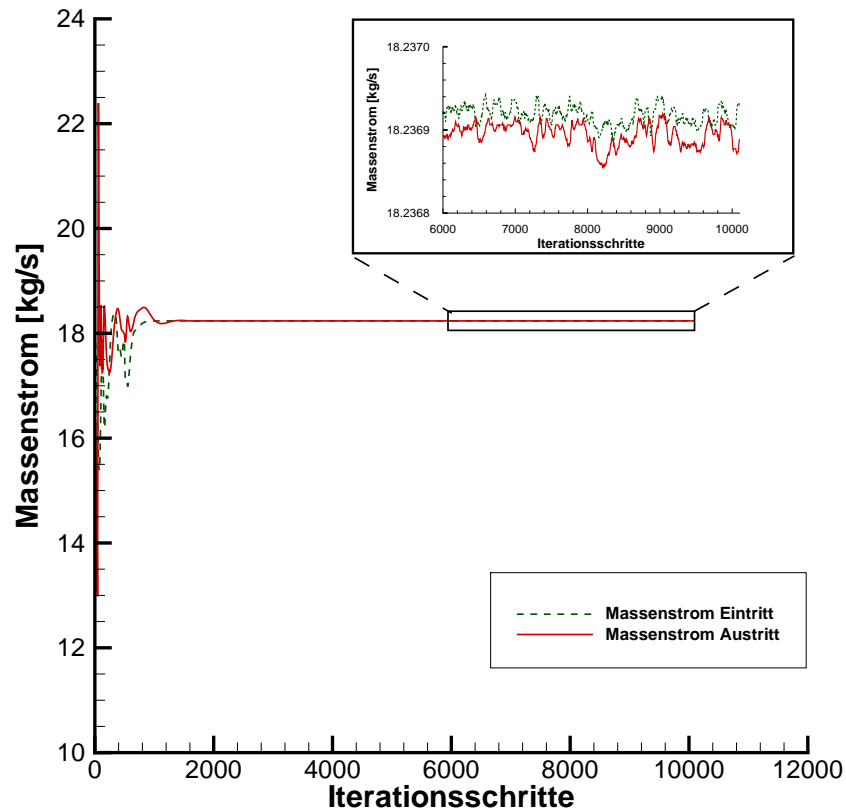


Abbildung 3.10: Verlauf des Massenstroms am Ein- und Austritt bei einer konvergierenden Lösung

### 3.2.3 Postprocessing

Nachdem die Strömungslösung mit TRACE berechnet worden ist, kann das Strömungsfeld betrachtet werden. Im Rahmen dieser Arbeit ist das tatsächliche Strömungsfeld jedoch nur von untergeordnetem Interesse und kann lediglich zur Überprüfung der Rechnung herangezogen werden. Die Abbildung 3.11 zeigt beispielhaft den Verlauf der Machzahl im Strömungsfeld für ein Profil mit  $\kappa_{LE} = 2,5$  mit  $\Delta\beta_{ST} = 0^\circ$  (Abb. 3.11a) und  $\Delta\beta_{ST} = 10^\circ$  (Abb. 3.11b).



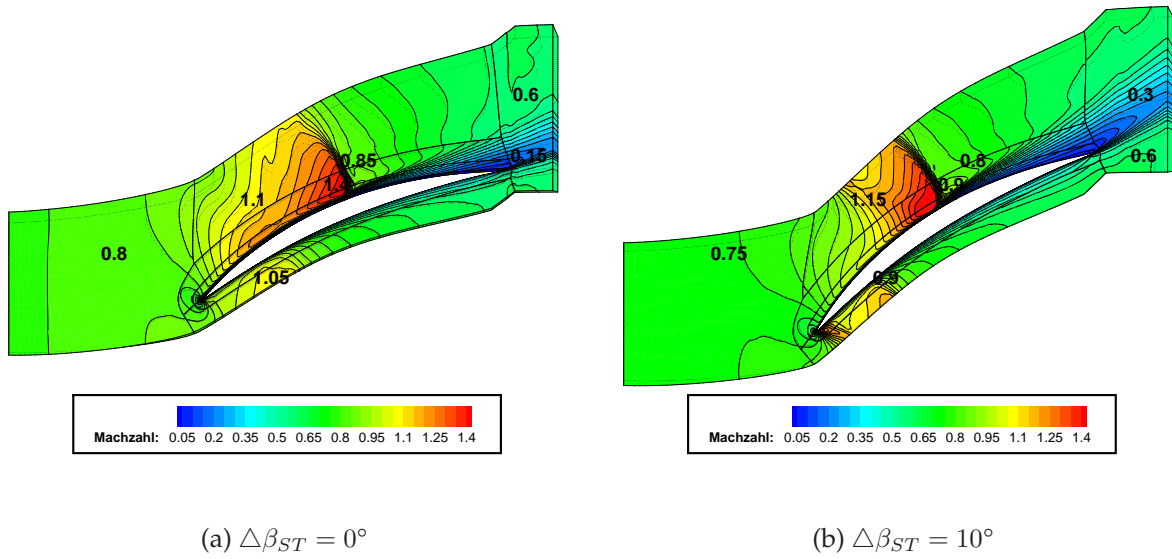


Abbildung 3.11: Vergleich der Machzahlverläufe zweier Profile mit  $\kappa_{LE} = 2, 5$  bei verschiedenen Anstellwinkeln

Für das Training der Kriging-Ersatzmodelle ist jedoch die Bestimmung des isentropen Wirkungsgrades  $\eta_{is}$  zwingend notwendig. Dieser soll als Zielfunktion der Parameterstudie dienen und muss somit aus dem berechneten Strömungsfeld abgeleitet werden. Die Bestimmung erfolgt automatisiert mittels eines Python-Skriptes. Zur Definition von  $\eta_{is}$  sei an dieser Stelle auf den Abschnitt 2.1 in Kapitel 2 verwiesen. Der isentrope Wirkungsgrad, der für die einzelnen Konfigurationen bestimmt wurde, lässt sich der Tabelle 6.1 im Anhang entnehmen.

### 3.3 Gradientenbestimmung mit adjointTRACE

Durch die von TRACE bestimmten absoluten Werte für den isentropen Wirkungsgrad lässt sich bereits ein Kriging-Ersatzmodell trainieren. Im Rahmen dieser Arbeit soll aber auch noch ein Modell trainiert werden, welches zusätzlich Gradienteninformationen enthält. Die Gradienten beschreiben die Änderung des isentropen Wirkungsgrades hinsichtlich zweier Geometrieparameter ( $\kappa_{LE}$  und  $\Delta\beta_{ST}$ ). Hierbei ist es notwendig für die 40 gewählten Konfigurationen auch die partiellen Ableitungen des Wirkungsgrades  $\eta_{is}$  hinsichtlich des Vorderkantenparameters  $\kappa_{LE}$  und des Anstellwinkels  $\Delta\beta_{ST}$  zu bestimmen.

Zur Bestimmung der Gradienten sind adjungierte Rechnungen mit adjointTRACE notwendig. Die hierfür nötigen Schritte sind in Abbildung 3.12 dargestellt. Zuerst müssen die adjungierten Lösungen bestimmt werden. Hierfür wird der isentrope Wirkungsgrad als Zielfunktion gewählt. Anschließend müssen die Rechenetze durch eine minimale Variation jeweils eines Geometrieparameters gestört werden. Folglich muss einmal der Vorderkantenparameter und ein anderes Mal der Anstellwinkel leicht verändert werden. Zusammen mit der adjungierten Lösung können dann die zwei Sensitivitäten (siehe hierzu Abschnitt 2.3 in Kapitel 3) mit adjointTRACE berechnet werden.

Da die Größe der Störung der Geometrie bekannt ist, können aus diesen dann die Gradienten bestimmt werden.

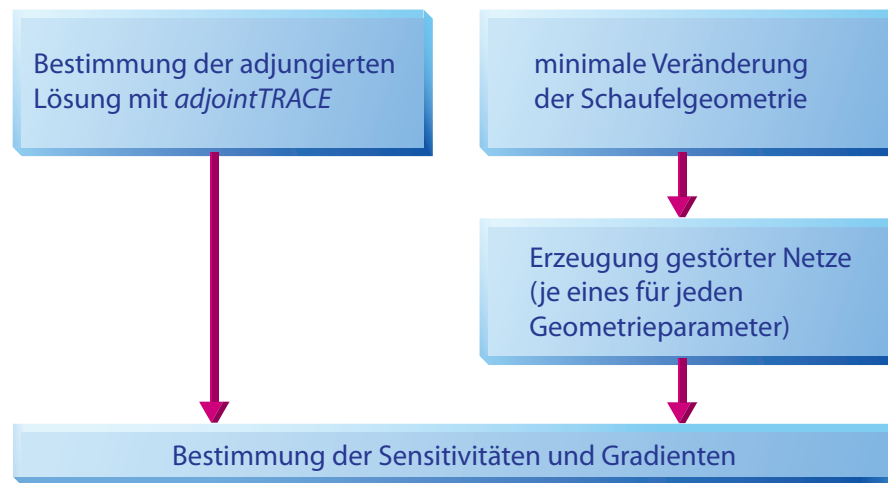


Abbildung 3.12: Prozesskette zur Durchführung von adjointTRACE-Rechnungen

### 3.3.1 Bestimmung der adjungierten Lösungen

Zur Bestimmung der adjungierten Lösungen sind die aus den TRACE-Rechnungen bestimmten Strömungslösungen notwendig. Diese als CGNS-Datei gespeicherten Lösungen dienen für die adjungierten Rechnungen mit adjointTRACE als Input-Daten. Der isentropen Wirkungsgrad wird dabei als Zielfunktion definiert und die adjungierte Rechnung durchgeführt. Die Konfiguration der adjointTRACE-Rechnungen erfolgt wieder mittels GMC. Zentral sind an dieser Stelle auch erneut die Solver- sowie die Konvergenz-Einstellungen.

Die Solver-Einstellungen werden in GMC wieder unter “Solver” → “Global Settings” → “Solver Settings” vorgenommen und sind der Tabelle 3.3 zu entnehmen.

Beschreibung	Einstellung
max. Iterations	40.000
Restart Interleave	40.000
Preconditioner	ILU
Fill-level	2
Fill-factor	6
Process step	Adjoint Solution
Cost functional	Isentropic efficiency: 1
Limiter	VanAlbadaSqr

Tabelle 3.3: Solver-Einstellungen für adjointTRACE-Rechnung in GMC

Die Einstellung der Konvergenzkriterien werden in GMC unter “Solver” → “Convergence control” vorgenommen. An dieser Stelle müssen die Einstellungen “Time step

start: 0" und "Time step interval: 1" gesetzt werden. Als Konvergenzkriterium wird das L2-Residuum festgelegt. Es wird unter "Rows" sowie "Components" jeweils auf  $10^{-25}$  gesetzt, um zu gewährleisten, dass die Lösung auskonvergiert ist.

Auch die Einstellungen für die adjointTRACE-Rechnungen können als GMC-Skript gespeichert werden. Dieses wird vor jeder Rechnung ausgeführt und alle Einstellungen so automatisch gesetzt. Anschließend läuft die Rechnung nach dem Start automatisch ab. Die Lösungen, welche später zur Bestimmung der Sensitivitäten benötigt werden, werden als CGNS-Dateien abgespeichert.

### 3.3.2 Erzeugung der gestörten Rechennetze

Die gestörten Rechennetze werden von der Prozessseite her in der gleichen Weise erstellt wie schon im Abschnitt 3.1 beschrieben. Ausgehend von einer Schaufel, welche eine reale Vorderkante besitzt und nicht angestellt ist ( $\Delta\beta_{ST} = 0$ ), wird zuerst die Profilverkante und anschließend der Anstellwinkel verändert.

Allerdings muss zuerst festgelegt werden, wie stark die Profilschaufel bezüglich der jeweiligen ungestörten Konfiguration (siehe Tabelle 6.1 im Anhang) variiert werden kann.

Es gilt nun eine Profilschaufel mit Rechennetz zu generieren, welche entweder einen minimal erhöhten Anstellwinkel  $\Delta\beta_{ST}$  oder einen minimal erhöhten Vorderkantenparameter  $\kappa_{LE}$  hat. Um festzulegen wie groß diese Abweichung gewählt werden sollte, müssen hierfür verschiedene Werte getestet werden. Dies erfolgt ausgehend von einem Referenzpunkt ( $\Delta\beta_{ST} = 0^\circ$ ;  $\kappa_{LE} = 2, 5$ ). Nun werden für verschiedene Abweichungen gestörte Netze erzeugt und dabei der Anstellwinkel und der Vorderkantenparameter getrennt verändert.

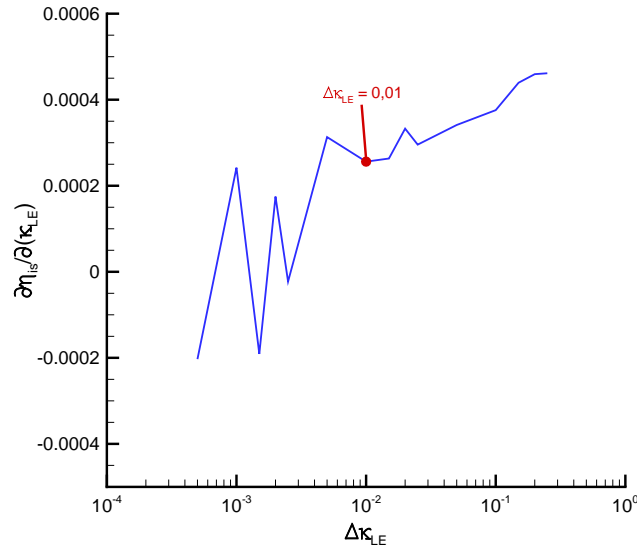
Mit adjointTRACE werden dann für jedes Netz die Sensitivitäten des isentropen Wirkungsgrads hinsichtlich der gestörten Geometrieparameter bestimmt (zum Prozess siehe Abschnitt 3.3.3). Aus den Sensitivitäten des isentropen Wirkungsgrades  $S_{\eta_{is}}$  lassen sich schließlich bei bekannter Variation der Vorderkantenkrümmung  $\Delta\kappa_{LE}$  bzw. des Anstellwinkels  $\Delta(\Delta\beta_{ST})$  die partiellen Ableitungen des Gradienten bestimmen:

$$\frac{\partial\eta_{is}}{\partial\kappa_{LE}} = \frac{S_{\eta_{is}}}{\Delta\kappa_{LE}} \quad (3.1)$$

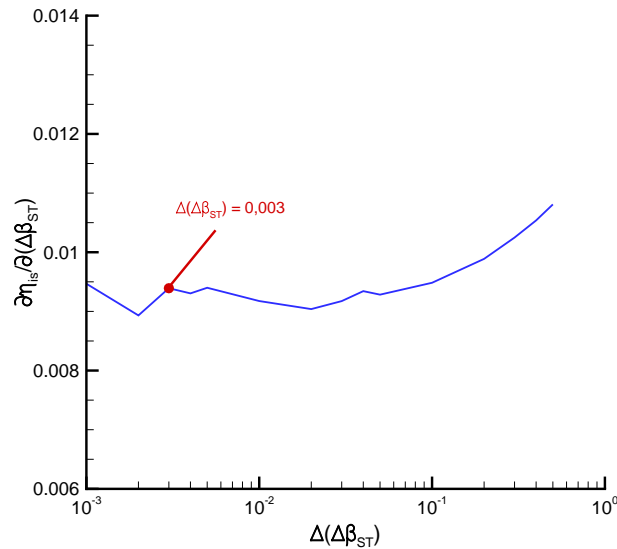
$$\frac{\partial\eta_{is}}{\partial(\Delta\beta_{ST})} = \frac{S_{\eta_{is}}}{\Delta(\Delta\beta_{ST})} \quad (3.2)$$

Zur Wahl des richtigen Intervalls wird die partielle Ableitung des Wirkungsgrades hinsichtlich eines Geometrieparameters über die Abweichung vom Referenzpunkt geplottet. In dem Diagramm lässt sich nun erkennen, bis zu welcher Abweichung die partielle Ableitung näherungsweise konstant bleibt. Bei zu kleinen Abweichungen treten numerische Auslöschungen und somit große Schwankungen der partiellen Ableitung auf. In Abbildung 3.13 ist der Verlauf der partiellen Ableitung des Wirkungsgrades hinsichtlich des Vorderkantenparameters (Abb. 3.13a) und des Anstellwinkels (Abb. 3.13b) dargestellt. Auf Basis dieses Plots werden die Bereiche zur Variation der

Netze gewählt. Für den Anstellwinkel wird eine Störung von  $\Delta(\Delta\beta_{ST}) = +0,003^\circ$  und für die Vorderkantenparameters eine Störung von  $\Delta\kappa_{LE} = +0,01$  gewählt.



(a) Veränderung des Vorderkantenparameters  $\kappa_{LE}$



(b) Veränderung des Anstellwinkels  $\Delta\beta_{ST}$

Abbildung 3.13: Abhängigkeit der Gradienten des Wirkungsgrades hinsichtlich der Abweichung eines Geometrieparameters vom Referenzpunkt ( $\Delta\beta_{ST} = 0^\circ$ ;  $\kappa_{LE} = 2,5$ )

Nun werden in gleicher Art und Weise, wie bereits in Abschnitt 3.1.5 geschildert, automatisch Netze generiert. Für jede Konfiguration muss jeweils ein Profilschnitt bzw. ein Rechnetz mit manipulierter Profilvorderkante und eines mit manipuliertem Anstellwinkel generiert werden.

### 3.3.3 Bestimmung der Sensitivitäten und Gradienten

Die Bestimmung der Sensitivitäten erfolgt mittels adjointTRACE. Als Input-Daten werden jeweils die adjungierten Lösungen der Zielfunktionen benötigt, deren Gradienten bestimmt werden sollen. In dieser Arbeit handelt es sich um den isentropen Wirkungsgrad  $\eta_{is}$ . Zusätzlich werden noch Netze benötigt, die in irgendeiner Form eine Änderung bzw. Störung zu dem Rechnernetz aufweisen auf dessen Basis die adjungierte Lösung bestimmt wurde. Im vorliegenden Fall werden zwei gestörte Netze benötigt, da das Rechnernetz bzw. die Profilgeometrie von zwei Geometrieparametern abhängt. Die Einstellung erfolgt wie bereits erwähnt über GMC. Unter "Solver" → "Global Settings" → "Solver Settings" wird "Solver Mode: Adjoint" und "Process step: Sensitivities" gewählt. Unter "Adjoint Solution Files" wird dann die CGNS-Datei, welche die adjungierte Lösungen beinhaltet angegeben. Unter "Deformed Grid Files" wird die CGNS-Datei angegeben, die die gestörten Netze enthält. Weitere Einstellungen sind in diesem Prozessschritt nicht vorzunehmen.

Das Ergebnis der Rechnung ist eine Textdatei mit zwei Sensitivitäten.

Zur Bestimmung der partiellen Ableitungen des isentropen Wirkungsgrades muss die jeweilige Sensitivität durch die Breite des Intervalls geteilt werden (siehe Gl. 3.1 und Gl. 3.2). Aus den beiden partiellen Ableitungen ergibt sich dann der Gradient des isentropen Wirkungsgrades hinsichtlich der beiden Geometrieparameter. Tabelle 6.2 und 6.3 im Anhang zeigen die partiellen Ableitungen, die für alle mit TRACE berechneten Konfigurationen bestimmt wurden.

## 3.4 Training der Kriging-Ersatzmodelle

Das Ziel der vorhergegangenen Schritte ist es durch eine Strömungssimulation Daten zum Training von Ersatzmodellen zu erhalten. Diese werden mit dem Kriging-Verfahren bzw. dem Gradient Enhanced Kriging-Verfahren (GEK-Verfahren) (siehe Abschnitt 2.4) trainiert. Man unterscheidet bezüglich der Ersatzmodelle zwischen dem Training aus bereits gewonnen Daten und dem Erstellen von Vorhersagen (predictions). Training bedeutet aus vorhandenen Daten eine Funktion zu interpolieren. Das Erstellen der Vorhersage ist hingegen, dass Auswerten der interpolierten Zielfunktion für bestimmte freie Variablen. So kann eine beliebige Zahl von Funktionswerten generiert werden.

Das Training der Kriging-Ersatzmodelle und auch das Erstellen der Vorhersagen erfolgt mittels eines konsolenbasierten Programms, welches eigens am "Institut für Antriebstechnik" des DLR entwickelt wurde (siehe dazu [Schmitz, 2013]).

Die benötigten Input-Daten und Konfigurationseinstellungen sind in jeweils eigenen Textdateien (dat-Files) gespeichert. Für das Training wird die Datei "DataBase\_Meta-model", welche die Daten zu den einzelnen Stützstellen enthält, sowie die Konfigurationsdatei "MetaModel.input" benötigt. Das Ersatzmodell wird nach dem Training in einer weiteren Textdatei gespeichert. Diese dient wiederum als Input-Datei zum Erstellen einer Vorhersage. Zusätzlich wird eine weitere Konfigurationsdatei "predict.input" benötigt. In dieser Datei wird definiert, an welchen Stellen die Funktion des Ersatzmodells ausgewertet werden soll. Dazu kann für alle freien Variablen definiert werden, in

welchem Intervall und mit welcher Schrittweite diese zu variieren sind. Beim Erstellen der Vorhersage wird an diesen Punkten dann der Wert der Zielfunktion bestimmt. Darüber hinaus ist es auch möglich die partiellen Ableitungen hinsichtlich der einzelnen freien Variablen auszugeben.

Alle Datenpunkte werden in einer Textdatei gespeichert. Mit dieser Datei kann beispielsweise mit Tecplot die Funktion des Ersatzmodells graphisch dargestellt werden.

In diesem Abschnitt soll sich darauf beschränkt werden das Vorgehen zum Training von Kriging-Ersatzmodellen zu zeigen. Auf die Erstellung und Analyse der Vorhersagen wird in Kapitel 4 näher eingegangen.

### 3.4.1 Training eines Ersatzmodells ohne Einbeziehungen der Gradienten

Das Kriging-Ersatzmodell wird auf Basis der mit TRACE bestimmten Daten trainiert. Die zum Training konkret verwendeten Daten finden sich in der Tabelle 6.1 im Anhang. Als Zielfunktion wird für das Training der isentrope Wirkungsgrad  $\eta_{is}$  verwendet. Die freien Variablen sind der Vorderkantenparameter  $\kappa_{LE}$  und der Anstellwinkel  $\Delta\beta_{ST}$ . Diese Daten finden sich in der Input-Datei *"DataBase\_Metamodel"* (siehe Tab. 3.5). Für jedes dieser Member sind hier der jeweilige Anstellwinkel und der Vorderkantenparameter unter *"variables"* angeben und unter *"objects"* bzw. *"flowparam"* findet sich jeweils der mit TRACE bestimmte isentrope Wirkungsgrad.

In der Datei *"MetaModel.input"* sind alle für das Training notwendigen Konfigurationseinstellungen aufgelistet. Die nachfolgende Tabelle 3.4 zeigt die hier gewählten Einstellungen für das Training eines herkömmlichen sowie eines gradientenbasierten Kriging-Ersatzmodells (siehe Abschnitt 3.4.2). Eine genauer Erläuterung der einzelnen Einstellungen ist in Abschnitt 2.4 im Kapitel 2 zu finden. Die Einstellungen sind aber so gewählt, dass das Ersatzmodell problemlos trainiert werden kann. Als Korrelationsfunktion (*correlationMap*) wird eine Spline-Funktion verwendet. Die Berücksichtigung von Gradienten wird zum Training des herkömmlichen Kriging-Ersatzmodells ausgestellt (*useGradients: 0*).

Im Folgenden wird das hier angesprochene ohne Gradienten trainierte Ersatzmodell auch als Referenzmodell bezeichnet, da es nur auf Basis der Daten der TRACE-Rechnung trainiert wird.



Beschreibung	Kriging	Gradienten-Enhanced-Kriging
correlationMap	<i>low low spline</i>	<i>low low spline</i>
Threads	8	8
MinIterations	200	200
MaxIterations	400	400
MinimizeMethod	<i>RPROP</i>	<i>RPROP</i>
ConvergenceEpsRel	<i>0,0000001</i>	<i>0,0000001</i>
MaxConditionNumber	<i>1e9</i>	<i>1e9</i>
useGradients	0	1
trainExpo	1	1
InitType	<i>ConstTheta</i>	<i>ConstTheta</i>
InitSamples	20	20
InitMaxIterations	100	100

Tabelle 3.4: Einstellungen in der Datei “*MetaModel.input*” für das Training der Kriging-Ersatzmodelle

### 3.4.2 Training eines Ersatzmodells mit Einbeziehung der Gradienten

Das Training eines Ersatzmodells mittels des GEK-Verfahrens funktioniert prinzipiell genauso, wie im vorigen Abschnitt 3.4.1 beschrieben. Es wird die gleiche Software verwendet wie zum Training der Kriging-Ersatzmodelle ohne Berücksichtigung von Gradienten. Jedoch werden in der Konfigurationsdatei “*MetaModel.input*” die in Tabelle 3.4 angegebenen Einstellungen für das Training gewählt. Im Unterschied zu den vorigen Einstellungen wird “*useGradients*” nun auf 1 gesetzt. Dies hat zur Folge, dass das erweiterte GEK-Verfahren zur Interpolation verwendet wird.

Zum Training werden deshalb zusätzlich die in Tabelle 6.2 und 6.3 dargestellten Gradienten, welche durch die adjungierte Rechnung mit adjointTRACE ermittelt wurden, für die einzelnen Member benötigt. Diese werden in die Input-Datei “*DataBase\_MetaModel*” unter “*derivatives*” eingetragen (siehe Tab. 3.5). Im hier betrachteten Fall müssen an dieser Stelle dann pro Member zwei mit adjointTRACE bestimmte partielle Ableitungen eingetragen werden. Diese werden als aus drei Zahlen bestehende Gruppe eingegeben. Die erste Zahl bezeichnet die Zielfunktion (*flowparam*) die und die zweite Zahl die freie Variable (*variables*) nach der abgeleitet wird. Der dritte Wert ist dann die mit adjointTRACE bestimmte partielle Ableitung.

member	objects	variables		flowparam	derivatives	
	$\eta_{is}$ (0)	$\kappa_{LE}$ (0)	$\Delta\beta_{ST}$ (1)	$\eta_{is}$	$\frac{\partial\eta_{is}}{\partial(\kappa_{LE})}$	$\frac{\partial\eta_{is}}{\partial(\Delta\beta_{ST})}$
0	0,787004784575	0,1	-4	0,787004784575	(0 0 1,58720E-03)	(0 1 -5,90409E-03)
1	0,775183295008	0,1	-2	0,775183295008	(0 0 1,55372E-03)	(0 1 -7,03333E-03)
2	0,762321315778	0,1	0	0,762321315778	(0 0 7,37704E-04)	(0 1 -9,66220E-03)
3	0,748225417502	0,1	2	0,748225417502	(0 0 2,81129E-03)	(0 1 -7,96191E-03)
4	0,732577486164	0,1	4	0,732577486164	(0 0 -2,87790E-03)	(0 1 -1,24186E-02)
5	0,715426269083	0,1	6	0,715426269083	(0 0 1,98102E-04)	(0 1 -7,14178E-03)
6	0,696985882252	0,1	8	0,696985882252	(0 0 8,62590E-03)	(0 1 -1,01771E-02)
7	0,677501092486	0,1	10	0,677501092486	(0 0 3,28155E-03)	(0 1 -1,59702E-02)

Tabelle 3.5: Aufbau der Datei “*DataBase\_MetaModel*” für  $\kappa_{LE} = 0, 1$  und  $\Delta\beta_{ST} = -4^\circ \dots 10^\circ$

Das hier bestimmte Ersatzmodell wird im Folgenden dann auch als Gradient-Enhanced-Kriging-Ersatzmodell (GEK-Ersatzmodell) bezeichnet, da es sowohl Daten der TRACE-Rechnung als auch die mit adjointTRACE bestimmten Gradienten berücksichtigt.



## 4 Ergebnisse und Validierung

Die im vorigen Kapitel beschriebene Parameterstudie wurde unter anderem zur Erstellung eines Kriging-Ersatzmodells durchgeführt. Hierbei soll der isentropen Wirkungsgrades  $\eta_{is}$  in Abhängigkeit von den beiden Geometrieparametern  $\kappa_{LE}$  und  $\Delta\beta_{ST}$  betrachtet werden. Das Training erfolgt sowohl mit als auch ohne Einbeziehung von Gradienten an den jeweiligen Stützstellen. Die Gradienten wurden durch adjungierte Rechnungen mit adjointTRACE bestimmt.

Im folgenden Kapitel soll nun analysiert und bewertet werden wie gut ein Ersatzmodell mit Gradienten trainiert werden kann. Als Referenz hierfür dient das ohne Gradienten und nur mit den Ergebnissen der TRACE-Rechnungen trainierte Kriging-Ersatzmodell. Ersatzmodelle, die mit dem herkömmlichen Kriging-Verfahren trainierte wurden, werden bereits seit vielen Jahren in der Optimierung und speziell im Optimierer AutoOpti erfolgreich eingesetzt (siehe dazu [Siller u. a., 2009]). Aus diesem Grund kann ein auf diese Weise trainiertes Ersatzmodell im Rahmen dieser Arbeit als Referenzmodell verwendet werden.

Die absoluten Abweichungen des isentropen Wirkungsgrades  $\eta_{is}$  bei beiden Modell sind Gegenstand der Analyse. Darüber hinaus soll aber auch ein Vergleich zwischen den Gradienten an den Stützstellen des Referenzmodells und den jeweils mit adjointTRACE bestimmten Gradienten angestellt werden.

Weitergehend ist es auch von Interesse zu beurteilen, wie gut sich ein Ersatzmodell trainieren lässt, wenn nur wenige Stützstellen zum Training herangezogen werden. Dies ist vor allem hinsichtlich der Motivation interessant, mittels des gradientenbasierten Verfahrens die Anzahl der notwendiger Stützstellen zum Training zu reduzieren.

### 4.1 Vergleich der Ersatzmodelle hinsichtlich des Einflusses bei Einbeziehung der Gradienten

Bei den im folgenden betrachteten Funktionen handelt es sich um die Vorhersagen, die aus den Daten der vorher trainierten Ersatzmodellen interpoliert wurden. Bezüglich des Trainings der Ersatzmodelle sei an dieser Stelle aber auf den Abschnitt 3.4 im Kapitel 3 verwiesen.

Die Vorhersagen werden durch die Angabe eines Intervalls und einer Schrittweite für die jeweiligen freien Variablen generiert. Für die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Funktionen wird der Anstellwinkel  $\Delta\beta_{ST}$  zwischen  $-4^\circ$  und  $10^\circ$  in Schritten von  $0,1^\circ$  und der Vorderkantenparameter  $\kappa_{LE}$  zwischen 0,1 und 3,3 in Schritten von 0,05

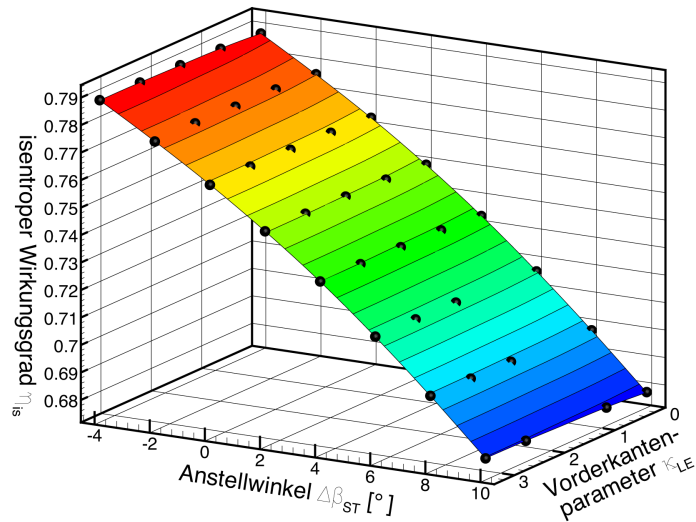
variiert. Die Vorhersagen beziehen sich also auf genau denselben Bereich, in welchem sich auch die Stützstellen für das Training befinden. Prinzipiell ist es natürlich auch möglich und gewollt Vorhersagen über diesen Bereich hinaus zuzulassen. Allerdings ist für den im Rahmen dieser Arbeit angestrebten Vergleich des Referenzmodells mit dem GEK-Ersatzmodell eine Beschränkung auf den genannten Bereich ausreichend.

### 4.1.1 Kriging-Ersatzmodelle

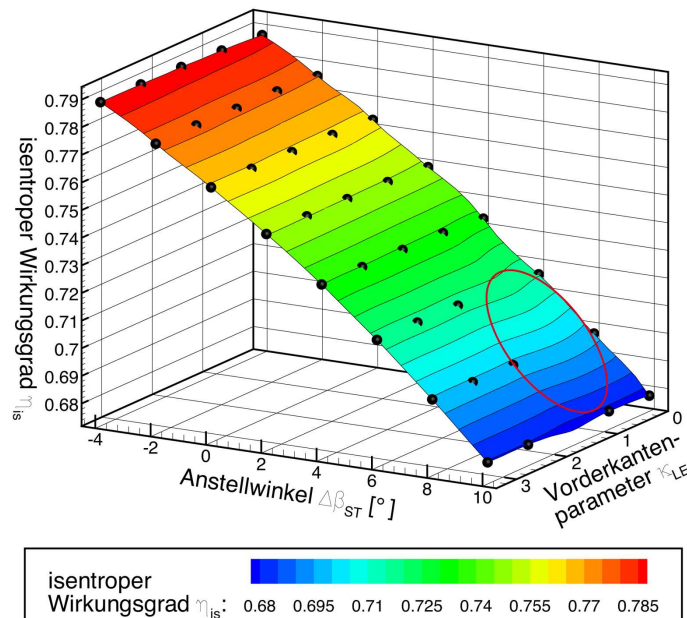
In Abbildung 4.1 sind die Vorhersagen aus den beiden Kriging-Ersatzmodelle als 3D-Plot gegenübergestellt. Dargestellt ist jeweils der Verlauf des isentropen Wirkungsgrades  $\eta_{is}$  bezüglich des Vorderkantenparameters  $\kappa_{LE}$  und des Anstellwinkels  $\Delta\beta_{ST}$ . Es ist bei beiden Graphen erkennbar, dass der Anstellwinkels gegenüber des Vorderkantenparameters einen wesentlich größeren Einfluss auf den isentropen Wirkungsgrad hat.

Im Folgenden soll nun ein Vergleich zwischen beiden Modellen angestellt werden. In dem 3D-Plot, welcher auf Basis einer Vorhersage des Referenzmodells erstellt wurde (Abb. 4.1a), ist ein sehr glatter Verlauf erkennbar. Die Funktion an sich ist regelmäßig und zeigt keine erkennbaren lokalen Extrema.

Der in Abbildung 4.1b dargestellte 3D-Plot des GEK-Ersatzmodells zeigt hingegen einen wesentlich unregelmäßigeren Verlauf. Vor allem bei Anstellwinkeln die größer als  $\Delta\beta_{ST} = 6^\circ$  sind, ist deutlich zu erkennen, dass die Funktion weniger glatt verläuft als die in Abbildung 4.1a gezeigte Funktion (siehe rote Markierung in Abb. 4.1b). Die Vorhersage des GEK-Ersatzmodells zeigt lokal also eine Differenz zur Vorhersage des Referenzmodells. Da der Unterschied zwischen beiden Modellen nur in der Einbeziehung von Gradienten besteht, ist diese Beobachtung vermutlich auch auf abweichend bestimmte Gradienten zurückzuführen. Würde adjointTRACE genau die gleichen Gradienten bestimmen, die das Kriging-Verfahren für das Referenzmodell ausgibt, so sollten beide Modelle genau übereinstimmen. Der spezifische Einfluss der Gradienten auf das Training des GEK-Ersatzmodells soll im Abschnitt 4.2 noch näher betrachtet werden.



(a) ohne Einbeziehung von Gradienten (Referenzmodell)



(b) mit Einbeziehung von Gradienten (GEK-Ersatzmodell)

Abbildung 4.1: 3D-Darstellung der Vorhersagen aus den Kriging-Ersatzmodellen

### 4.1.2 Vergleich der beiden Ersatzmodelle

Um die qualitativen Unterschiede zwischen beiden Modellen besser erfassen und quantifizieren zu können, soll im folgenden die Differenz der beiden Modelle gebildet und dargestellt werden.

In Abbildung 4.2 ist die Differenz der beiden Ersatzmodelle als Höhenlinien-Plot visualisiert. Dabei wurden die vorhergesagten Werte für  $\eta_{is}$  des Referenzmodells von

denen des GEK-Ersatzmodells subtrahiert. Die Differenz  $\Delta\eta_{is}$  ist dann in Abhängigkeit vom Vorderkantenparameter  $\kappa_{LE}$  und dem Anstellwinkel  $\Delta\beta_{ST}$  als Höhenlinien dargestellt.

Im Ergebnis lässt sich erkennen, dass im Großteil des betrachteten Bereichs die Modelle hinsichtlich des isentropen Wirkungsgrades bis auf eine Abweichung der Größenordnung  $10^{-3}$  übereinstimmen. Wenn allerdings  $\kappa_{LE} < 1,4$  und  $\Delta\beta_{ST} > 4^\circ$  ist, sind bis zu dreimal größere Abweichungen erkennbar.

In dem betrachteten Fall weicht das GEK-Ersatzmodell von dem Referenzmodell an drei Stellen deutlich ab. Vergleicht man die Abbildung 4.2 mit der in Abbildung 4.1b dargestellten Vorhersage des GEK-Ersatzmodells, so ist zu erkennen, dass in diesem Bereich auch die bereits in Abschnitt 4.1.1 identifizierten lokalen Minima und Maxima auftreten. Auffällig ist zudem, dass hier drei Stützstellen fehlen, da für diese Konfigurationen mit TRACE keine Lösung bestimmt werden konnte. Im Rahmen dieser Arbeit war es leider nicht möglich die Ursache dafür zu identifizieren, warum genau an diesen Stellen die TRACE-Rechnung nicht konvergierte. Die fehlenden Stützstellen können also in Verbindung mit den durch adjointTRACE vermutlich abweichend bestimmten Gradienten eine Erklärung für die Unterschiede der beiden Ersatzmodelle sein.

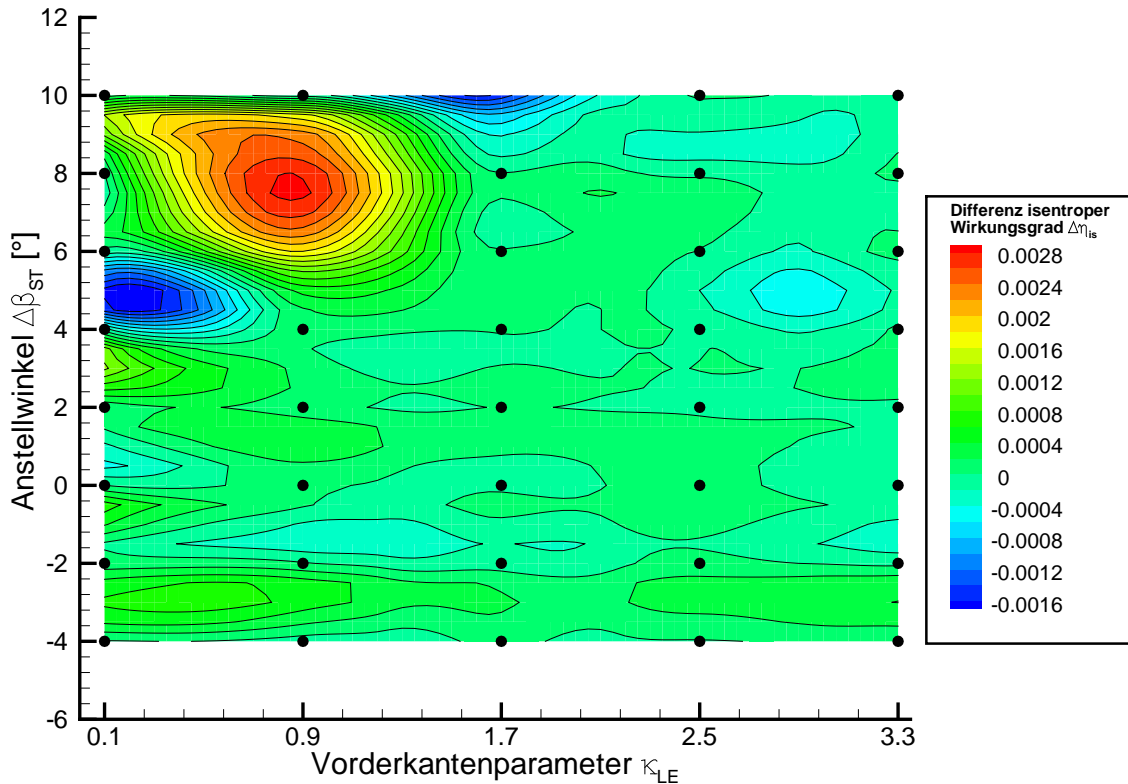


Abbildung 4.2: Differenz der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades der beiden Kriging-Ersatzmodelle

## 4.2 Vergleich der Gradienten der adjungierten Rechnung mit denen des Referenzmodells

Der in Abschnitt 4.1 angestellte Vergleich der beiden Ersatzmodelle hat gezeigt, dass die Modelle größtenteils gut übereinstimmen, lokal jedoch größere Abweichungen erkennbar sind. Da der Unterschied zwischen den beiden Ersatzmodellen in der Einbeziehung von Gradienteninformationen liegt, ist es naheliegend diese Gradienten näher zu betrachten und zu vergleichen.

Hierzu werden die mittels adjointTRACE bestimmten Gradienten, die auch zum Training des GEK-Ersatzmodells herangezogen wurden, zunächst einmal unter Ausschluss des mit ihnen trainierten Ersatzmodells betrachtet. Als Referenz dienen die Gradienten des Referenzmodells. Da mit adjointTRACE nur an den Stützstellen Gradienten bestimmt wurden, ist es auch ausreichend diese nur an den Stützstellen aus dem Referenzmodell abzuleiten.

In Abbildung 4.3 sind die mit adjointTRACE berechneten Gradienten an allen Stützstellen als Vektorpfeile dargestellt. Zusätzlich sind auch die Gradienten, die an den Stützstellen aus dem Referenzmodell abgeleitet wurden, gezeigt. Ein Vektorpfeil stellt die Richtung und die Länge der Gradienten dar. Das Ableiten der Gradienten aus dem Referenzmodell erfolgt im Rahmen der Erstellung der Vorhersage mittels des Kriging-Verfahrens. Neben den Werten für isentropen Wirkungsgrad  $\eta_{is}$  (Zielfunktion) ist es hier auch möglich sich die partiellen Ableitungen von  $\eta_{is}$  bezüglich der beiden Geometrieparameter  $\kappa_{LE}$  und  $\Delta\beta_{ST}$  ausgeben zu lassen, wie an dieser Stelle für das Referenzmodell geschehen.

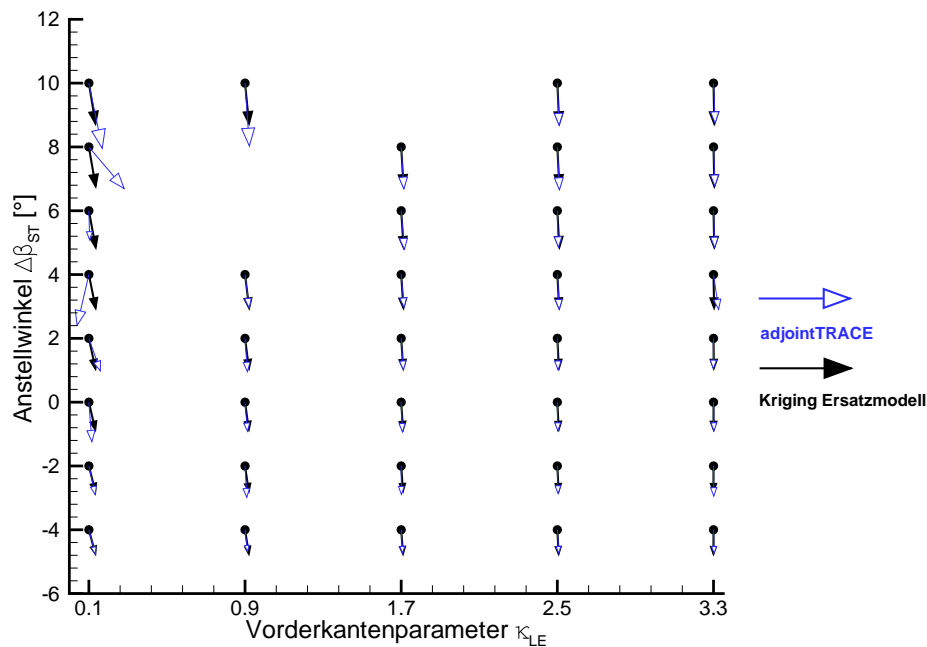


Abbildung 4.3: Vergleich der Gradienten aus adjointTRACE mit denen des Referenzmodells

Es ist zu erkennen, dass die Gradienten an den meisten Stellen gut übereinstimmen, da beide Vektorpfeile annähernd deckungsgleich sind. An den Stützstellen, welche einen Vorderkantenparameter von  $\kappa_{LE} = 0, 1$  haben, sind jedoch deutliche Abweichung der Vektorpfeile und somit der Gradienten zu erkennen. Vor allem bei  $\Delta\beta_{ST} = 4^\circ \dots 10^\circ$  sind deutliche Unterschiede sowohl hinsichtlich des Betrages als auch der Richtung der Gradienten erkennbar. Besonders die partiellen Ableitungen  $\frac{\partial \eta_{is}}{\partial \kappa_{LE}}$ , weichen hier an den Stützstellen deutlich voneinander ab. Diesen Unterschied verdeutlicht die nachfolgenden Tabelle 4.1 anhand der Zahlenwerte der partiellen Ableitungen. Neben den Gradienten ist hier ebenfalls der Differenzbetrag zwischen den mittels adjointTRACE und den aus dem Referenzmodell bestimmten Gradienten dargestellt. Die Gradienten, die betragsmäßig besonders deutlich voneinander abweichen, sind rot hervorgehoben. Vergleicht man diese mit den in Abbildung 4.3 dargestellten Vektorpfeilen, so ist der Effekt auf die Richtung der Gradienten besonders auffällig. Beispielsweise weichen die partiellen Ableitung  $\frac{\partial \eta_{is}}{\partial \kappa_{LE}}$  aus adjointTRACE und dem Referenzmodell bei  $\Delta\beta_{ST} = 8^\circ$  um ca.  $7 \cdot 10^{-3}$  voneinander ab. Da sich der Absolutbetrag der partiellen Ableitung in eben derselben Größenordnung befinden, weicht die Richtung des mit adjointTRACE bestimmten Gradienten deutlich von der des aus dem Referenzmodell bestimmten ab. Dies zeigt die Abweichung der beiden Vektorpfeile in Richtung des Vorderkantenparameters  $\kappa_{LE}$  sehr deutlich. Ähnliches ist auch bei  $\Delta\beta_{ST} = 4^\circ$  und  $\Delta\beta_{ST} = 10^\circ$  zu beobachten. Warum jedoch genau in dem gezeigten Bereich die Übereinstimmung der Gradienten nicht oder nur unzureichende gegeben ist, kann an dieser Stelle nicht eindeutig geklärt werden.

	adjointTRACE		Referenzmodell		Differenz (absolut)	
$\Delta\beta_{ST}$	$\frac{\partial \eta_{is}}{\partial \kappa_{LE}}$	$\frac{\partial \eta_{is}}{\partial (\Delta\beta_{ST})}$	$\frac{\partial \eta_{is}}{\partial \kappa_{LE}}$	$\frac{\partial \eta_{is}}{\partial (\Delta\beta_{ST})}$	$\frac{\partial \eta_{is}}{\partial \kappa_{LE}}$	$\frac{\partial \eta_{is}}{\partial (\Delta\beta_{ST})}$
$4^\circ$	-2,878E-03	-1,242E-02	1,642E-03	-8,180E-03	4,520E-03	4,238E-03
$6^\circ$	1,981E-04	-7,142E-03	1,665E-03	-8,948E-03	1,467E-03	1,806E-03
$8^\circ$	8,626E-03	-1,018E-02	1,647E-03	-9,589E-03	6,978E-03	5,879E-04
$10^\circ$	3,282E-03	-1,597E-02	1,605E-03	-9,861E-03	1,676E-03	6,109E-03

Tabelle 4.1: Gradienten aus adjointTRACE und dem Referenzmodell für verschiedene Anstellwinkel  $\Delta\beta_{ST}$  bei  $\kappa_{LE} = 0, 1$  und ihre Differenz (rot: Gradienten mit der größten Abweichung)

Im Folgenden soll überprüft werden, ob sich anhand der TRACE-Rechnung nachvollziehen lässt, warum bei einigen Konfigurationen Gradienten mit adjointTRACE abweichend bestimmt werden. Da adjointTRACE die mit TRACE berechnete Strömungslösung verwendet, ist ein Einfluss der TRACE-Rechnung auf die Gradientenbestimmung nicht unbedingt auszuschließen.

Um dies zu überprüfen werden für einige Gradienten die Residuen der TRACE-Rechnung betrachtet. Dabei werden drei in Betrag und Richtung deutlich abweichende und zwei gut übereinstimmende Gradienten ausgewählt. Anhand des L1-Residuums lässt



sich das Konvergenzverhalten der Rechnung von numerischer Seite her eindeutig beurteilen. Allgemein lässt sich sagen, dass durch ein niedriges Residuum auf eine gute Konvergenz geschlossen werden kann. Wie sich der Tabelle 3.2 in Abschnitt 3.2 entnehmen lässt, ist das Konvergenzkriterium für das L1-Residuum auf  $10^{-5}$  eingestellt. Wird dieser Wert im Verlauf der Rechnung unterschritten, bricht diese unter der Bedingungen, dass auch alle anderen Konvergenzkriterien (siehe Tab. 3.2 in Kapitel 3) erfüllt sind, ab.

In der folgenden Tabelle 4.2 sind die Zahlenwerte der partiellen Ableitungen von fünf ausgewählten Gradienten dargestellt. Anhand der Größenordnung der absoluten Differenz lässt sich eine Aussage zur Übereinstimmung der aus adjointTRACE und dem Referenzmodell bestimmten Gradienten treffen. Zur besseren Unterscheidung sind die Zahlenwerte der gut übereinstimmend Gradienten (absolute Differenz liegt bei ca.  $10^{-4} \dots 10^{-5}$ ) grün und die der abweichenden Gradienten (absolute Differenz liegt bei ca.  $10^{-3}$ ) rot markiert.

$\Delta\beta_{ST}$	$\kappa_{LE}$	adjointTRACE		Referenzmodell		Differenz (absolut)	
		$\frac{\partial\eta_{is}}{\partial(\kappa_{LE})}$	$\frac{\partial\eta_{is}}{\partial(\Delta\beta_{ST})}$	$\frac{\partial\eta_{is}}{\partial(\kappa_{LE})}$	$\frac{\partial\eta_{is}}{\partial(\Delta\beta_{ST})}$	$\frac{\partial\eta_{is}}{\partial(\kappa_{LE})}$	$\frac{\partial\eta_{is}}{\partial(\Delta\beta_{ST})}$
4°	0,1	-2,878E-03	-1,242E-02	1,642E-03	-8,180E-03	4,520E-03	4,238E-03
6°	0,1	1,981E-04	-7,142E-03	1,665E-03	-8,948E-03	1,467E-03	1,806E-03
8°	0,1	8,626E-03	-1,018E-02	1,647E-03	-9,589E-03	6,978E-03	5,879E-04
4°	0,9	1,018E-03	-8,143E-03	1,001E-03	-8,164E-03	1,627E-05	2,113E-05
4°	1,7	6,938E-04	-7,999E-03	5,430E-04	-8,145E-03	1,508E-04	1,461E-04

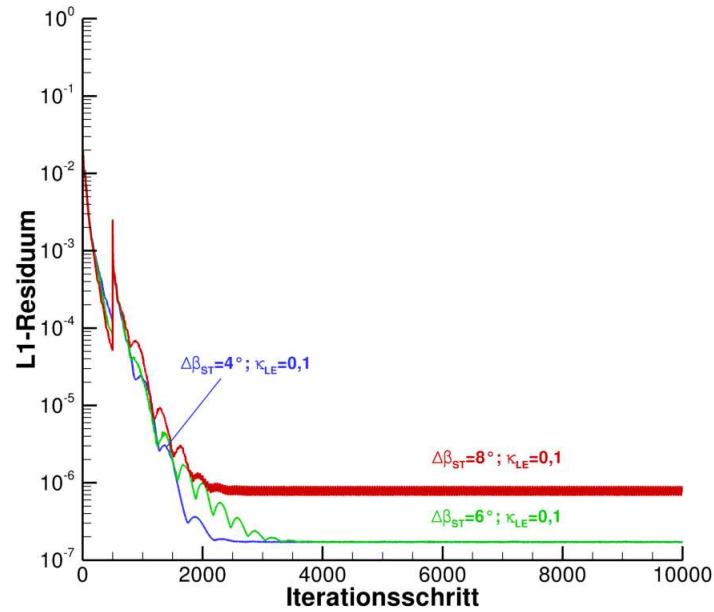
Tabelle 4.2: Gradienten aus adjointTRACE und dem Referenzmodell für verschiedene Anstellwinkel  $\Delta\beta_{ST}$  und verschiedene  $\kappa_{LE}$  und ihre Differenz (rot: gut übereinstimmende Gradienten; grün: schlecht übereinstimmende Gradienten)

Nun ist es von Interesse das schon angesprochene Residuum der TRACE-Rechnung für beide Fälle zu betrachten. Abbildung 4.4 zeigt die Residuen für die in Tabelle 4.2 dargestellten Konfigurationen. In Abbildung 4.4a sind die Residuen der drei Konfigurationen dargestellt, für welche nur deutlich abweichende Gradienten bestimmt werden konnten. Bei allen Rechnungen ist bereits nach ca. 3000 Iterationsschritten das L1-Residuum bei mindestens  $10^{-6}$  angelangt und erfüllt somit das eingestellte Konvergenzkriterium problemlos. Bei zwei Konfigurationen ist das L1-Residuum sogar noch kleiner.

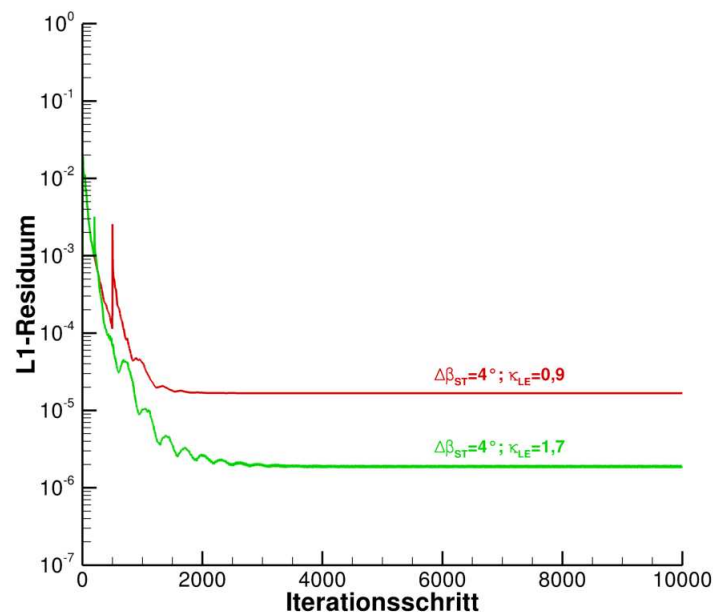
In Abbildung 4.4b sind hingegen die Residuen zweier Konfigurationen dargestellt, bei denen die Gradienten gut übereinstimmen. Im Vergleich mit den vorher betrachteten Residuen (Abbildung 4.4a) sind die Residuen dieser Rechnungen jedoch, anders als zu erwarten ist, bis zu drei Größenordnungen größer.

Problematisch ist an dieser Beobachtung, dass sich anhand des Residuums der TRACE-Rechnung folglich nicht die Güte, der mit adjointTRACE bestimmten Gradienten, be-

urteilen lässt. Somit scheidet mit dem L1-Residuum ein ansonsten vielversprechendes Kriterium zur Beurteilung deren Güte aus.



(a) Abweichende Gradienten aus adjointTRACE und dem Referenzmodell



(b) Gut übereinstimmende Gradienten aus adjointTRACE und dem Referenzmodell

Abbildung 4.4: L1-Residuen der TRACE-Rechnung



### 4.3 Bewertung des Einflusses abweichend bestimmter Gradienten auf das Training des GEK-Ersatzmodells

Betrachtet man zusätzlich zu den Stützstellen und den Gradienten auch noch die Differenz des isentropen Wirkungsgrades aus beiden Ersatzmodellen (Abb. 4.5), so lässt sich ein Zusammenhang bezüglich dieser Differenz hinsichtlich der Übereinstimmung zwischen den mit adjointTRACE und aus dem Referenzmodell bestimmten Gradienten erkennen. Da die Werte für den isentropen Wirkungsgrad sowohl im Referenzmodell, als auch im GEK-Ersatzmodell an den Stützstellen berücksichtigt werden, haben folglich abweichende Gradienten an den Stützstellen selbst keine Auswirkung auf die Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades. Bei abweichenden Gradienten entstehen hingegen zwischen den Stützstellen die größten Differenzen bezüglich  $\eta_{is}$ . Fehlen zusätzlich noch eine oder mehrere Stützstellen in diesem Bereich, so wird die Differenz besonders groß, da nun in einem großen Intervall zwischen den Stützstellen interpoliert werden muss. Speziell dann wirkt sich ein fehlerhaft bestimmter Gradient besonders stark auf das GEK-Ersatzmodell aus. In Abbildung 4.5 ist dies besonders gut bei  $\kappa_{LE} = 0,9$  und  $\Delta\beta_{ST} = 6^\circ \dots 9^\circ$  zu erkennen. In diesem Bereich sind im Umfeld Gradienten mittels adjointTRACE abweichend von denen des Referenzmodells bestimmt worden und es fehlen zudem noch zwei Stützstellen. Das Ergebnis ist eine besonders große Differenz, da das GEK-Verfahren die abweichenden Gradienten in das Training des Ersatzmodells einbezieht und schlussendlich aufgrund der fehlenden Informationen anders interpoliert als auf Basis des Referenzmodells zu erwarten ist. Der Effekt fehlender Stützstellen im Zusammenspiel mit abweichend bestimmten Gradienten soll im folgenden Abschnitt 4.4 noch näher erläutert werden.

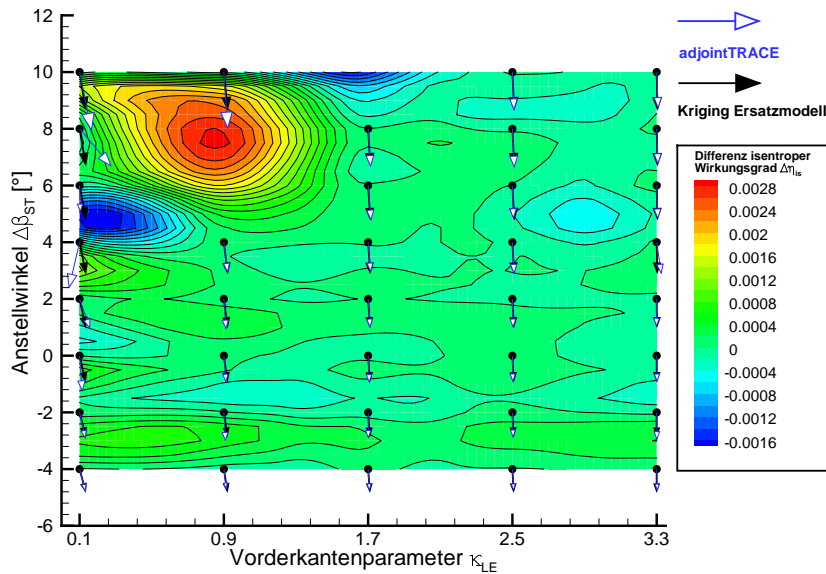


Abbildung 4.5: Differenz der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades der beiden Kriging-Ersatzmodelle mit Gradienten aus adjointTRACE und dem Referenzmodell

Im Folgenden soll zuerst anhand einiger eindimensionaler Schnitte analysiert werden, wie sich beide Ersatzmodelle hinsichtlich der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades verhalten. Dafür wird einer der beiden Geometrieparameter konstant gewählt und der isentrope Wirkungsgrad in Abhängigkeit des anderen variabel gehaltenen Geometrieparameters dargestellt.

In Abbildung 4.6 ist für verschiedene Anstellwinkel  $\Delta\beta_{ST}$  der vorhergesagte isentrope Wirkungsgrad  $\eta_{is}$  des GEK-Ersatzmodells im Vergleich zum Referenzmodells in Abhängigkeit von dem Vorderkantenparameter  $\kappa_{LE}$  dargestellt. An einigen Stellen, wie z.B. bei  $\Delta\beta_{ST} = 4^\circ$  und  $\kappa_{LE} = 0,1 \dots 0,9$  ist zu erkennen, wie die Funktion des GEK-Ersatzmodells zwischen den Stützstellen von der des Referenzmodells abweicht. Dabei ist festzustellen, dass sich die maximale Abweichung nicht zwangsläufig in der Mitte befindet, sondern auch seitlich zu einer Stützstelle hin verschoben sein kann. Bei dem betrachteten Beispiel weichen die Gradienten der beiden Ersatzmodelle an der Stützstelle bei  $\kappa_{LE} = 0,1$  sehr deutlich voneinander ab (vergleiche Abb. 4.5). Der stark abweichende Gradient hat zur Folge, dass im GEK-Ersatzmodell die maximale Abweichung zu dieser Stützstelle hin verschoben wird. Das GEK-Verfahren berücksichtigt also den fehlerhaft bestimmten Gradienten, korrigiert aber die im Widerspruch zur restlichen Funktion stehende Richtung auf Basis der Information der nächsten Stützstelle möglichst schnell wieder. Diese Eigenschaften gewährleistet zwar auf der einen Seite, dass sich fehlerhafte Gradienten nur in einem kleineren Bereich auswirken, erzeugt aber auf der anderen Seite deutliche lokale Minima und Maxima. Bei einer Verwendung in einem Optimierer können diese dann möglicherweise zu Problemen führen.

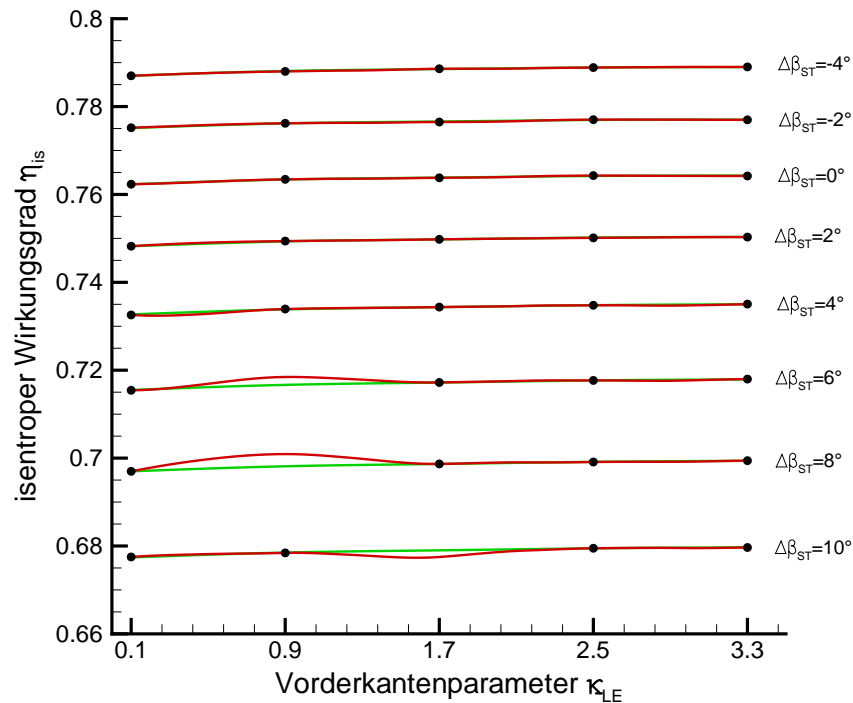


Abbildung 4.6: Vergleich der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades beider Ersatzmodelle in Abhängigkeit von  $\kappa_{LE}$  bei verschiedenen  $\Delta\beta_{ST}$

Die soeben geschilderte Beobachtung hat ihren Ursprung in der Art und Weise, wie das GEK-Verfahren interpoliert. Dies soll anhand eines kleinen Beispiels kurz illustriert werden.

Abbildung 4.7 zeigt für  $\kappa_{LE} = 0,1$  den durch das GEK-Ersatzmodell vorhergesagten isentropen Wirkungsgrad in Abhängigkeit von  $\Delta\beta_{ST}$ . An der Stützstelle  $\Delta\beta_{ST} = 4^\circ$  wurde mit adjointTRACE ein Gradient bestimmt. In Abbildung 4.7 ist die entsprechende partielle Ableitung  $\frac{\partial\eta_{is}}{\partial(\Delta\beta_{ST})}$  als Tangente an der Stützstelle gezeichnet. Es ist erkennbar, dass die Steigung der Funktion des Ersatzmodells an der gewählten Stützstelle genau der durch den Gradienten vorgegebenen Steigung entspricht. Dieses Beispiel zeigt, dass das GEK-Verfahren die Gradienten an den Stützstellen bestmöglich berücksichtigt. Allerdings bringt, wie schon zuvor angesprochen, dieses Verfahren den Nachteil mit sich, dass insbesondere bei abweichend bestimmten Gradienten an der Stützstelle häufig ein Wendepunkt vorliegt und die Funktion des GEK-Ersatzmodells in der Umgebung der Stützstelle dann deutlich von der Funktion des Referenzmodells abweicht. Ein Beispiel hierfür ist in Abbildung 4.7 dargestellt.

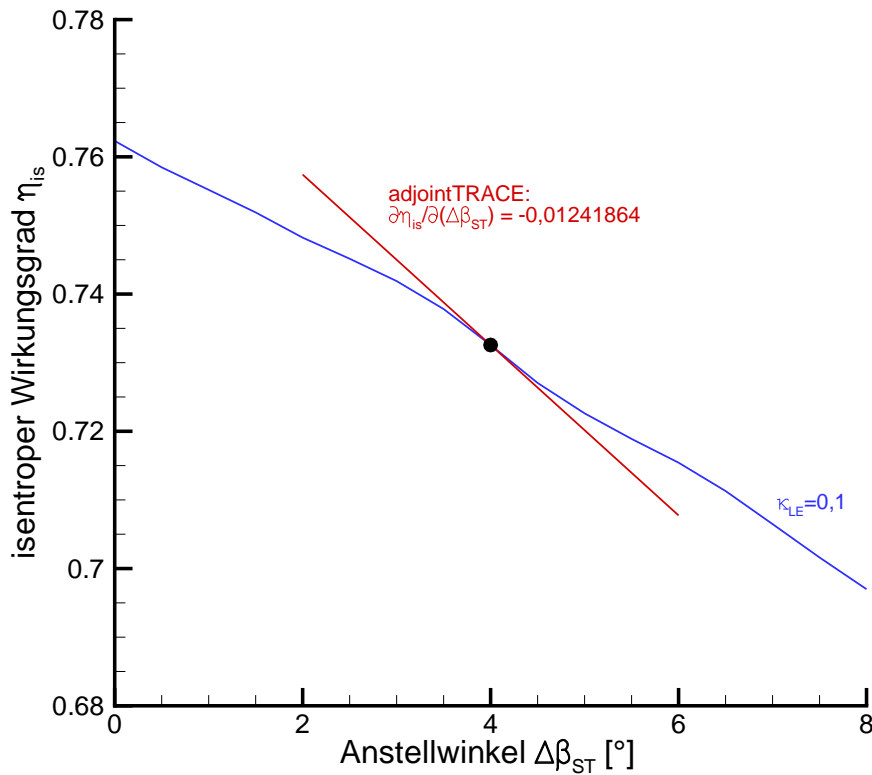


Abbildung 4.7: Partielle Ableitung (aus adjointTRACE) als Tangente am GEK-Ersatzmodell bei  $\kappa_{LE} = 0,1$

Zuletzt soll noch einmal genauer betrachtet werden, wie sich die Funktionen beider Ersatzmodelle für einen bestimmten Vorderkantenparameter z.B.  $\kappa_{LE} = 0,1$  bzw. einen bestimmten Anstellwinkel z.B.  $\Delta\beta_{ST} = 4^\circ$  verhalten, wenn jeweils fehlerhaft mit adjointTRACE bestimmte Gradienten auftreten, aber keine Stützstellen fehlen. Dieser Fall

liegt bei den beiden genannten Beispielen vor. Die nachstehende Abbildung 4.8 zeigt jeweils die Vorhersage für den isentropen Wirkungsgrad der beiden Ersatzmodelle im Vergleich.

Abbildung 4.8a zeigt den Fall, dass  $\Delta\beta_{ST} = 4^\circ$  konstant bleibt und  $\kappa_{LE}$  variiert wird. Es ist auffällig, dass der durch das GEK-Ersatzmodell vorhergesagte isentrope Wirkungsgrad nur an wenigen Stellen mit dem Referenzmodell übereinstimmt. Die maximale Abweichung von  $\eta_{is}$  ist absolut gesehen mit  $\Delta\eta_{is} \approx 0,0006$  allerdings noch hinreichend klein. Es sollte aber beachtet werden, dass vor allem bei der Änderung der Vorderkantengeometrie, die an sich den isentropen Wirkungsgrad der Schaufel nur wenig beeinflusst, fehlerhaft bestimmte Gradienten einen größeren Einfluss haben als bei der Änderung des Anstellwinkels. Auffällig ist auch, dass vor allem in den Randbereichen des für  $\kappa_{LE}$  gewählten Intervalls die größten Schwankungen auftreten. Vor allem am linken Rand bei  $\kappa_{LE} = 0,1$  treten die größten Abweichungen der Gradienten auf. Eine mögliche Erklärung für die starke Abweichung der Gradienten in diesem Bereich ist die in Abschnitt 2.3 des Kapitels 2 erläuterte Annahme hinsichtlich des Turbulenzmodells. Bei einer flachen Vorderkante, wie sie bei  $\kappa_{LE} = 0,1$  vorliegt, kann es hier zu Problemen kommen, da aufgrund der Vorderkantengeometrie an dieser Stelle kleine Ablösegebiete entstehen. Bei der minimalen Veränderung der Profilgeometrie bzw. der Rechenetze kann sich die dort entstehende Turbulenz bereits in einem Maße ändern, dass dadurch abweichende Gradienten mit adjointTRACE bestimmt werden.

Betrachtet man den Fall für ein konstantes  $\kappa_{LE} = 0,1$ , wie es in Abbildung 4.8b zu sehen ist, so ist deutlich zu erkennen, dass die Funktion des GEK-Ersatzmodells wesentlich glatter ist und der Funktion des Referenzmodells besser folgt als bei einem konstanten  $\Delta\beta_{ST} = 4^\circ$ . Allerdings muss diese erste Beobachtung auch insofern relativiert werden, dass das Intervall in dem der isentrope Wirkungsgrad betrachtet wird, wesentlich größer ist und auch die Gradienten der Funktion selbst insgesamt größer sind. Aus diesem Grund fallen die fehlerhaft bestimmten Gradienten auch deutlich weniger ins Gewicht. Dennoch ist um die Stützstelle bei  $\Delta\beta_{ST} = 4^\circ$  eine deutliche Abweichung der Vorhersage des GEK-Ersatzmodell vom Referenzmodell erkennbar. Auch zwischen den Stützstellen  $\Delta\beta_{ST} = 8^\circ$  und  $\Delta\beta_{ST} = 10^\circ$  ist eine solche Abweichung zu erkennen. An allen Stützstellen ist ein Gradient fehlerhaft mit adjointTRACE bestimmt worden, was im direkten Zusammenhang mit der beobachteten Abweichung steht.

Zusammenfassen lässt sich bezüglich des Einflusses von fehlerhaft bestimmten Gradienten auf das Training des GEK-Ersatzmodells festhalten, dass diese insbesondere bei Funktionen mit kleinen Gradienten eine relativ gesehen erhebliche Auswirkung auf das Training des Ersatzmodells haben. Es sind vor allem jenseits der Stützstellen bezüglich des isentropen Wirkungsgrades deutliche Abweichung zu der Funktion des Referenzmodells feststellbar. Darüber hinaus wird die Funktion des GEK-Ersatzmodells weniger glatt als die Referenzfunktion und weist eine gesteigerte Zahl an lokalen Extrema auf. Dieser Aspekt kann sich bei einer Verwendung des Verfahrens zum Generieren neuer Member im Rahmen der Optimierung als besonders problematisch erweisen.

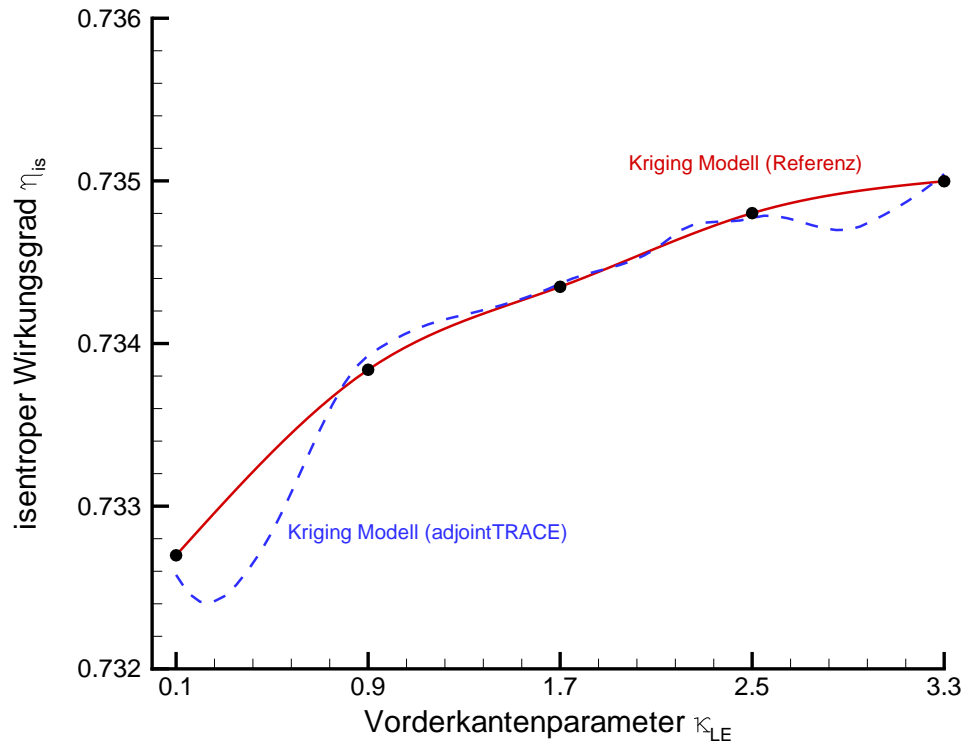
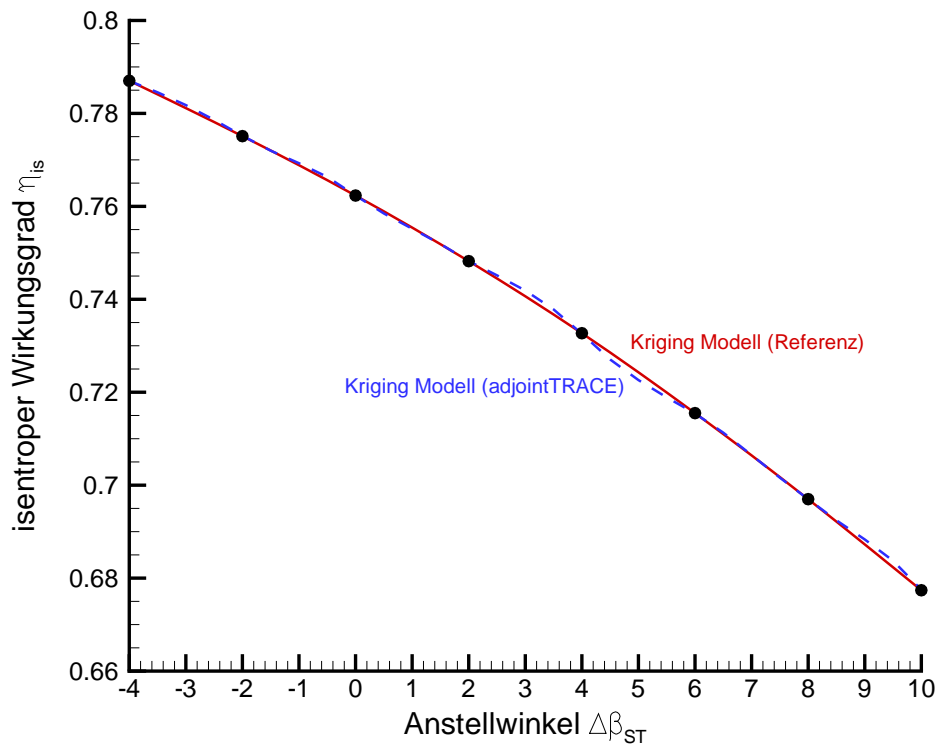
(a) für einen konstanten Anstellwinkel  $\Delta\beta_{ST} = 4^\circ$ (b) für einen konstanten Vorderkantenparameter  $\kappa_{LE} = 0,1$ 

Abbildung 4.8: Vergleich der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades beider Ersatzmodelle

## 4.4 Bewertung des Einflusses fehlender Stützstellen auf das Training des GEK-Ersatzmodells

Wie bereits im vorigen Abschnitt angesprochen ist die Auswirkung fehlerhaft durch adjointTRACE bestimmter Gradienten auf die Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades nicht nur von den Gradienten an sich, sondern auch von den umgebenden Stützstellen und deren Gradienten abhängig. In der Abbildung 4.6 des vorigen Abschnitts war bereits zu erkennen, dass fehlende Stützstellen die Differenz hinsichtlich des isentropen Wirkungsgrades  $\eta_{is}$  zwischen Referenzmodell und GEK-Ersatzmodell im Zusammenspiel mit abweichend bestimmten Gradienten verstärken. Die nachstehende Abbildung 4.9 zeigt für einen konstanten Vorderkantenparameter  $\kappa_{LE} = 0,9$  wie die Funktion von  $\eta_{is}$  bezüglich  $\Delta\beta_{ST}$  aussieht. Es ist zu erkennen, dass die Funktion des GEK-Ersatzmodells im Intervall von  $\Delta\beta_{ST} = -4^\circ \dots 4^\circ$  im Wesentlichen der des Referenzmodells entspricht. Bei  $\Delta\beta_{ST} = 6^\circ$  und  $\Delta\beta_{ST} = 8^\circ$  fehlen dann aber zwei Stützstellen, so dass beide Ersatzmodelle über einen größeren Bereich ohne Stützstellen interpolieren müssen. Hier wirkt sich dann der an der Stelle  $\Delta\beta_{ST} = 10^\circ$  schlecht bestimmte Gradient deutlich auf das GEK-Ersatzmodells aus, da es keine benachbarten Stützstellen gibt, die zusätzliche Informationen zu der Funktion geben können. Entsprechend groß ist an dieser Stelle die Abweichung vom Referenzmodell.

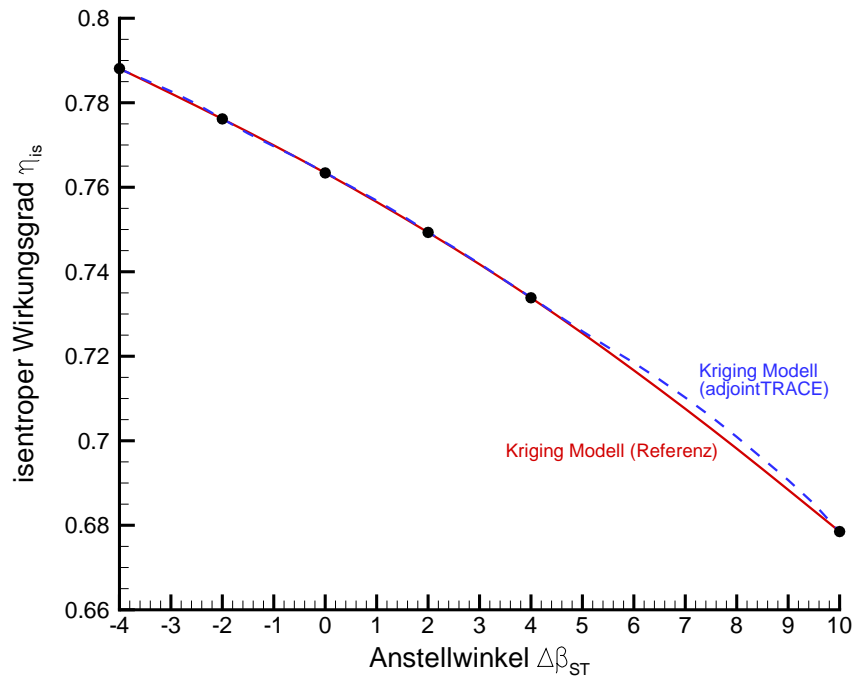


Abbildung 4.9: Vergleich der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades beider Ersatzmodelle bei fehlenden Stützstellen für einen konstanten Vorderkantenparameter  $\kappa_{LE} = 0,1$



Die soeben beschriebene Beobachtung ist im Hinblick auf die Verwendung von adjointTRACE in Verbindung mit dem GEK-Verfahren in der Optimierung höchst interessant. In diesem Kontext ist der Fall, dass auf der Basis weniger Stützstellen komplexe Funktionen mit einem großen Satz freier Variablen interpoliert werden müssen, nicht selten. Es ist daher wünschenswert, dass sich auch auf der Basis weniger Stützstellen mit dem GEK-Verfahren ein gutes Ersatzmodell bzw. sogar ein besseres Ersatzmodell als mit dem herkömmlichen Kriging-Verfahren trainieren lässt. Um zu untersuchen, wie gut sich das GEK-Ersatzmodell mit wenigen Stützstellen trainieren lässt, soll im folgenden ein solches Modell nur anhand der Stützstellen im Randbereich des bisher verwendeten Rasters trainiert werden. Anschließend soll ein Vergleich mit dem Referenzmodell angestellt werden.

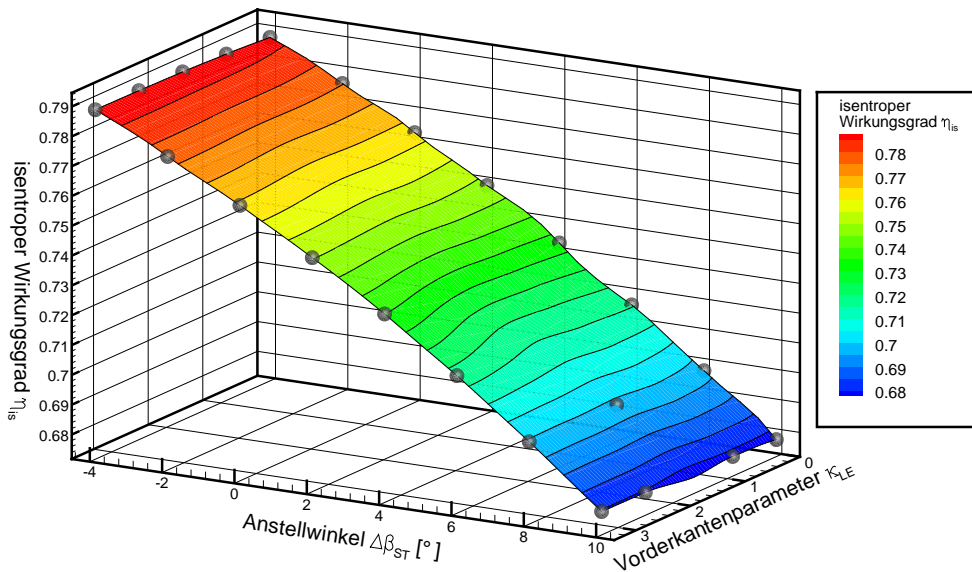


Abbildung 4.10: 3D-Darstellung der Vorhersage des GEK-Ersatzmodells mit einer reduzierten Anzahl an Stützstellen

In Abbildung 4.10 ist der isentrope Wirkungsgrad in Abhängigkeit der beiden Geometrieparameter  $\kappa_{LE}$  und  $\Delta\beta_{ST}$  als 3D-Plot dargestellt. Der isentrope Wirkungsgrad wurde auf Basis der ebenfalls in Abbildung 4.10 gezeigten Stützstellen mit Hilfe eines GEK-Ersatzmodells vorhergesagt. Vergleicht man diese Darstellung mit der des Referenzmodells (Abb. 4.1a), so ist erkennbar, dass der ungefähre Verlauf der Funktion des Referenzmodells auch durch dieses GEK-Ersatzmodell wiedergegeben wird. Jedoch ist vor allem im Bereich von  $\Delta\beta_{ST} = 4^\circ \dots 10^\circ$  zu erkennen, dass die Funktion wesentlich weniger glatt verläuft, als die des Referenzmodells. Der Verlauf resultiert wieder aus fehlerhaft bestimmten Gradienten. Da die mit adjointTRACE bestimmten Gradienten vor allem in den Randbereichen erheblich von den Gradienten des Referenzmodells abweichen, entstehen deutlich sichtbar lokale Minima und Maxima. Darüber hinaus muss das GEK-Verfahrens nun über einen sehr großen Bereich die Funktion, in dem keine Stützstellen enthalten sind, interpolieren. Die Gradienteninformationen gewinnen also in diesem Kontext zusätzlich an Bedeutung und verstärken somit auch die Auswirkung der fehlerhaft bestimmten Gradienten.

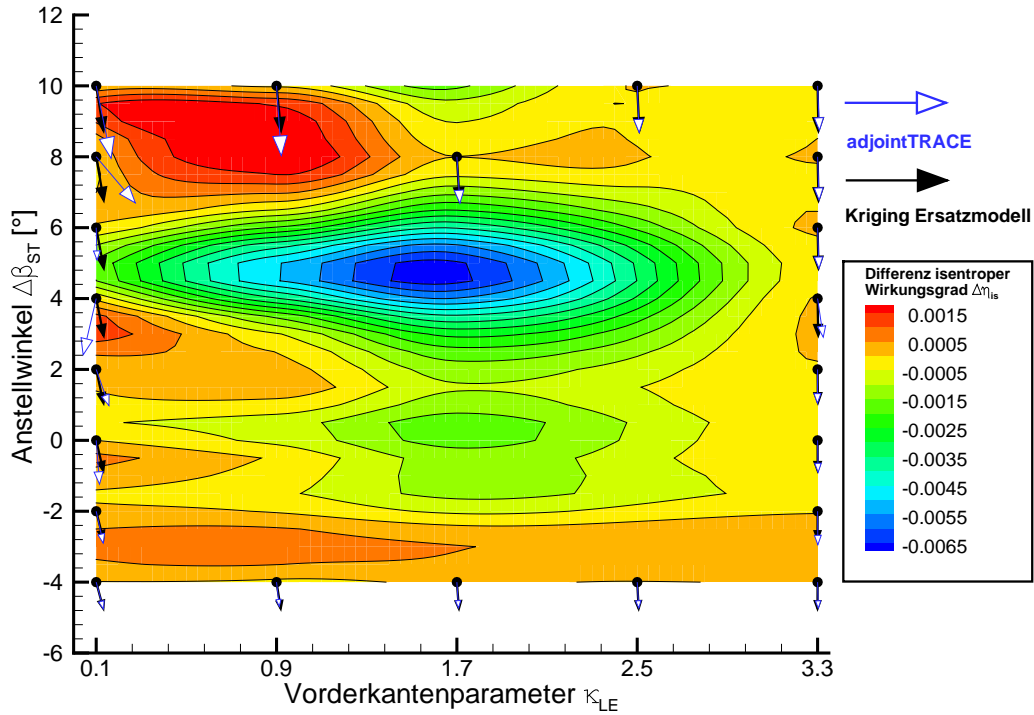


Abbildung 4.11: Differenz der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades der beiden Ersatzmodelle mit Gradienten aus adjointTRACE und dem Referenzmodell bei reduzierter Anzahl an Stützstellen

In Abbildung 4.11 ist, wie schon aus Abschnitt 4.3 bekannt, die Differenz der Vorhersagen der beiden Ersatzmodelle in Form von Höhenlinien dargestellt. Zusätzlich sind hier wieder die Stützstellen sowie die mit adjointTRACE und dem Referenzmodell bestimmten Gradienten als Vektorpfeile eingezeichnet. Insgesamt ist erwartungsgemäß erkennbar, dass vor allen in der Mitte des dargestellten Bereichs die Differenz zwischen beiden Ersatzmodellen sehr groß ist. Da hier die nächsten Stützstellen sehr weit entfernt sind, wirken sich fehlerhafte Gradienten an diesen Stellen besonders deutlich aus. Die Abweichung der beiden Ersatzmodelle im Bereich von  $\Delta\beta_{ST} = 6^\circ \dots 10^\circ$  und  $\kappa_{LE} = 0,1 \dots 1,7$  ist bereits bei dem Vergleich der beiden Ersatzmodell im Abschnitt 4.3 erkennbar gewesen. Das Intervall in dem beide Ersatzmodelle voneinander abweichen ist jedoch größer geworden.

Neu hingegen ist die bereits angesprochene Abweichung im mittleren Bereich von  $\Delta\beta_{ST} = 6^\circ \dots 4^\circ$  und  $\kappa_{LE} = 0,9 \dots 2,5$ . In diesem Bereich haben, bei Verwendung aller bekannten Stützstellen zum Training, beide Ersatzmodelle noch eine sehr gute Übereinstimmung gehabt. Wird das GEK-Ersatzmodell nun nur mit Stützstellen am Rand trainiert, so ergibt sich im Vergleich zum Referenzmodell, welches auf Basis aller Stützstellen trainiert wurde, eine deutliche Abweichung. Diese kann zwei Ursachen haben: Zum einen den angesprochenen Effekt fehlerhafter Gradienten und zum anderen die fehlenden Informationen aufgrund der reduzierten Anzahl an Stützstellen.

Um diese Beobachtung richtig einordnen zu können, soll in der folgenden Abbildung 4.12 noch einmal der Verlauf des isentropen Wirkungsgrades bezüglich  $\kappa_{LE}$  bei konstanten  $\Delta\beta_{ST} = 4^\circ$  für beide Ersatzmodelle vergleichend betrachtet werden. Zieht man



auch noch einmal die Vektorpfeile aus Abbildung 4.11 für die entsprechenden Stützstellen am Rand hinzu, so lässt sich sofort erklären, worauf die große Abweichung beruht. Sowohl bei  $\kappa_{LE} = 0,1$  als auch bei  $\kappa_{LE} = 3,3$  ist der Gradient und vor allem die partielle Ableitung  $\frac{\partial \eta_{is}}{\partial \kappa_{LE}}$  durch adjointTRACE fehlerhaft bestimmt worden. Da dieser Fehler auch das Vorzeichen der partiellen Ableitung betrifft, zeigt der Gradient an beiden Stützstellen in die falsche Richtung. Dies führt in letzter Konsequenz dazu, dass das GEK-Ersatzmodell auf Basis dieser falschen Gradienteninformationen die Funktion so interpoliert, dass sie deutlich von der Funktion des Referenzmodells abweicht.

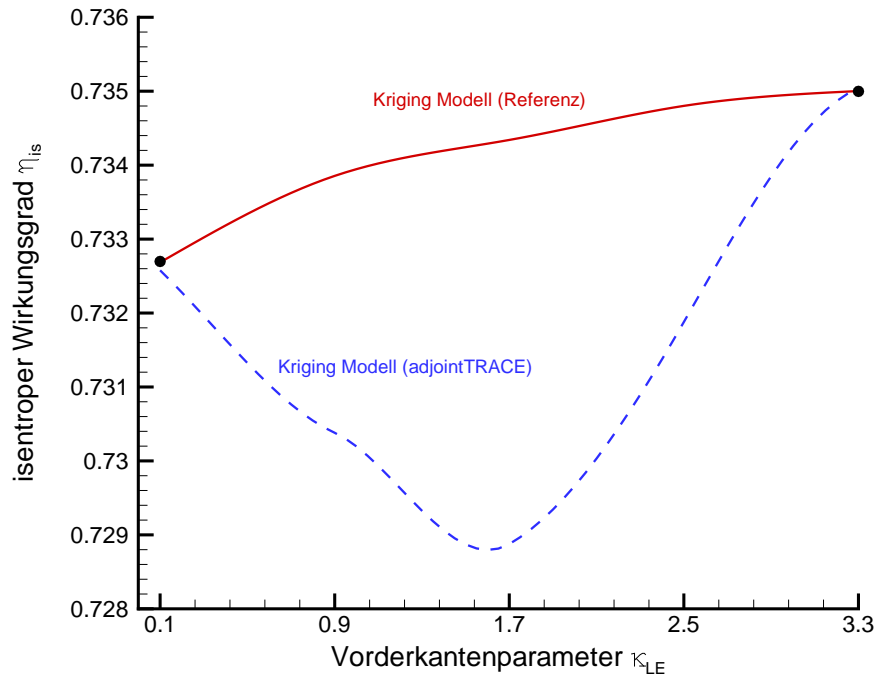


Abbildung 4.12: Vergleich der Vorhersage des isentropen Wirkungsgrades beider Ersatzmodelle bei zwei Stützstelle für einen konstanten Anstellwinkel  $\Delta\beta_{ST} = 4^\circ$

Dieses Beispiel zeigt, dass bei einer Reduktion der Stützstellenanzahl die Güte der Gradienten eine immer größere Bedeutung für das Training von GEK-Ersatzmodellen gewinnt. Es muss also sichergestellt sein, dass die Gradienten durch adjointTRACE richtig bestimmt werden, um die Gültigkeit des Ersatzmodells sicherzustellen.

## 4.5 Evaluation der Gradientenbestimmung mit adjoint-TRACE

Die grundlegende Motivation zur Durchführung dieser Arbeit war, wie auch einleitend in Kapitel 1 beschrieben, zu überprüfen, inwiefern das Gradient Enhanced Kriging-Verfahren in Verbindung mit adjointTRACE zum Training von Ersatzmodellen in der Optimierung eingesetzt werden kann.

Die hierfür notwendigen Anforderungen an das Verfahren sind:

- ein schnelles, robustes Training
- eine genaue Vorhersage
- ein Training auf der Basis möglichst weniger Stützstellen

Alle genannten Aspekte wurden in den vorigen Abschnitten dieses Kapitels untersucht. Bezüglich der Schnelligkeit des Training lässt sich festhalten, dass die zur Bestimmung von Gradienten mit adjointTRACE benötigte Zeit im Vergleich mit einer TRACE-Rechnung vernachlässigbar klein ist. Eine TRACE-Rechnung (10.100 Iterationen) dauerte im Rahmen dieser Arbeit auf dem verwendeten Rechnersystem ca. 6:15 Minuten. Dabei wurde auf 7 Prozessorkernen parallel gerechnet. Die adjointTRACE-Rechnung benötigte im Vergleich nur 25-30 Sekunden. Auch die dafür notwendige Prozesskette ließ sich soweit automatisieren, dass der hierfür notwendige Zeitaufwand deutlich reduziert werden konnte. Das eigentliche Training der Ersatzmodelle benötigte unabhängig davon, ob Gradienten einbezogen wurden, in dem untersuchten Fall ähnlich viel Zeit. Es muss jedoch beachtet werden, dass wie in Abschnitt 2.4 beschrieben, bei einer zunehmenden Anzahl an Stützstellen der Zeitaufwand überproportional ansteigt.

Hinsichtlich der Robustheit müssen bei der Verwendung von adjointTRACE noch deutliche Abstriche gemacht werden. Gradienten wurden oft fehlerhaft bestimmt und es ließ sich bisher noch nicht genau identifizieren aus welchen Gründe diese Abweichung zustande kam. Eine mögliche Erklärung ist, dass bei der adjungierten Rechnung andere vereinfachenden Annahmen (z.B. bzgl. der Turbulenzmodelle) gemacht wurden als in der TRACE-Rechnung. Bei bestimmten auftretenden Strömungsphänomenen wie z.B. Ablösegebiete, Grenzschichten usw. kann dies zu fehlerhaften Ergebnissen und somit im konkreten Fall zu falsch bestimmten Gradienten führen. Dieser Aspekt muss in weiteren Arbeiten auf jeden Fall untersucht und berücksichtigt werden. Eine weitere Problematik in Zusammenhang mit falsch bestimmten Gradienten ist deren Identifikation. Es konnte im Rahmen dieser Arbeit keine numerische Größe aus adjointTRACE gefunden werden, die so etwas wie ein Maß für die Güte der bestimmten Gradienten darstellt. Insofern ist es zum jetzigen Zeitpunkt nicht möglich die Güte der Gradienten quantitativ zu beurteilen. Dieser Aspekt sollte für den Einsatz von GEK-Ersatzmodellen in der automatisierten Optimierung durchaus weiter untersucht werden, da in diesem Kontext eine Überprüfung einzelner Gradienten natürlich nicht möglich ist.

Die Genauigkeit der Vorhersage ist bei korrekt bestimmten Gradienten durchaus gegeben und auch bei einer reduzierten Zahl von Stützstellen lassen sich prinzipiell mit dem GEK-Ersatzmodell ähnlich gute Vorhersagen machen wie mit dem Referenzmo-

dell. Der deutliche Vorteil gegenüber herkömmlichen Ersatzmodellen liegt dann in einer geringeren Anzahl an Stützstellen, die für das Training bekannt sein müssen. Allerdings ist es dazu notwendig die Gradienten hinreichend genau zu bestimmen. Insofern sollte sichergestellt sein, dass mit adjointTRACE zuverlässig Gradienten bestimmt werden können und auch deren Güte anhand einer numerischen Größe zu bewerten ist. Ist dies gewährleistet, lässt sich ein Training guter Ersatzmodelle auf Basis weniger Stützstellen mit den GEK-Verfahren durchführen. Eine Möglichkeit unabhängig von adjointTRACE die GEK-Ersatzmodelle zu verbessern, wäre das GEK-Verfahren so zu erweitern, dass es stark abweichende und mit hoher Wahrscheinlichkeit fehlerhafte Gradienten weniger gewichtet. In diesem Fall würde eine glattere Funktion interpoliert werden. Allerdings würden Funktionen mit tatsächlich stark schwankenden Gradienten dann ungerechtfertigt geglättet und somit verfälscht werden. Insofern ist der Ansatz, die Gradientenbestimmung mit adjointTRACE in weiteren Anwendungsfällen, wie beispielsweise einer tatsächlichen (3D-)Optimierung, weiter zu untersuchen und zu verbessern, der zu diesem Zeitpunkt vielversprechendere.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde eine Parameterstudie am Profilschnitt einer Fanschaufel durchgeführt. Dazu wurden zwei Geometrieparameter (Anstellwinkel  $\Delta\beta_{ST}$  und Vorderkantenparameters  $\kappa_{LE}$ ) des Schaufelprofils unabhängig voneinander verändert und mit dem Strömungslöser TRACE das Strömungsfeld und daraus der isentrope Wirkungsgrad bestimmt. Zusätzlich wurden durch adjungierte Rechnungen mit adjointTRACE die Gradienten des isentropen Wirkungsgrades hinsichtlich der beiden Profilparameter bestimmt. Die hierfür notwendigen Prozessketten wurde vollständig erfasst, dargestellt und für die Aufgabenstellung automatisiert.

Die Ergebnisse der Parameterstudie wurden im Anschluss zum Training von Kriging-Ersatzmodellen genutzt. Dabei war der Vergleich zwischen einem nichtgradientenbasierten und einem gradientenbasierten Ersatzmodell die zentrale Motivation. Das herkömmliche Ersatzmodell wurde ohne Einbeziehung von Gradienten als Referenzmodell trainiert. Das GEK-Ersatzmodell hingegen nutzte die mit adjointTRACE bestimmten Gradienten. Der Vergleich beider Ersatzmodelle wurde bezüglich zweier Fragestellungen durchgeführt: Wie genau lassen sich im Vergleich zum Referenzmodell Gradienten mit dem adjungierten Strömungslöser adjointTRACE bestimmen? Wie nutzt das GEK-Verfahren die Gradienteninformationen zum Training des Ersatzmodells und wie sieht das entstehende Ersatzmodell im Vergleich zum Referenzmodell aus? Es galt also das GEK-Verfahren im Zusammenspiel mit adjointTRACE anhand des Referenzmodells zu validieren.

Hinsichtlich der Übereinstimmung der Vorhersagen des isentropen Wirkungsgrades ließen sich deutliche Abweichungen zwischen Referenzmodell und GEK-Ersatzmodell feststellen. Während das Referenzmodell eine sehr glatte Funktion beinhaltet, zeigte die Funktion des GEK-Ersatzmodells zahlreiche lokale Minima und Maxima. Durch den genauen Vergleich beider Ersatzmodelle ließen sich bereits zwei mögliche Ursachen für die unterschiedlich bestimmten isentropen Wirkungsgrade identifizieren. Eine mögliche Ursache waren die durch adjointTRACE fehlerhaft bestimmten Gradienten und eine andere Ursache die fehlenden Stützstellen zur Interpolation der Funktion. Der Einfluss fehlerhaft bestimmter Gradienten auf das Training des GEK-Ersatzmodells wurde zuerst betrachtet. Dazu wurden die Gradienten des Referenzmodells abgeleitet und mit denen der adjungierten Rechnung verglichen. Es ließ sich erkennen, dass im Umfeld abweichend bestimmter isentroper Wirkungsgrade tatsächlich auch oft andere Gradienten mit adjointTRACE bestimmt wurden. Insofern war ein Zusammenhang zwischen beiden Beobachtungen unmittelbar gegeben. Anhand eindimensionaler Schnitte konnte eindeutig gezeigt werden, dass die Gradienten vom GEK-Verfahren vollständig berücksichtigt wurden und den Funktionsverlauf im Umfeld der Stützstellen erheblich beeinflussen. Auf diese Art und Weise kam die Abweichung von der

Funktion des Referenzmodells zustande. Durch Betrachtung des Konvergenzverhaltens der TRACE-Rechnungen bei einigen ausgewählten Konfigurationen konnte zudem nachgewiesen werden, dass das Konvergenzverhalten keinen feststellbaren Einfluss auf die fehlerhaft bestimmten Gradienten hat, solange das eingestellte Konvergenzkriterium eingehalten wird. Stattdessen ist es wahrscheinlich, dass im Rahmen der adjungierten Rechnung die beobachteten Fehler auftraten.

Neben dem Einfluss fehlerhafter Gradienten wurde auch der Einfluss fehlender Stützstellen auf das Training der GEK-Ersatzmodelle analysiert. Ziel dieser Untersuchung war es festzustellen, welche Auswirkung das Fehlen von Stützstellen im Umfeld fehlerhaft bestimmter Gradienten hat. Dazu wurden einerseits bei den bereits trainierten Ersatzmodellen Bereiche mit fehlenden Stützstellen untersucht und in einem weiteren Schritt ein GEK-Ersatzmodell mit einer deutlich reduzierten Anzahl an Stützstellen trainiert. Im Ergebnis zeigten beiden Untersuchungen, dass fehlende Stützstellen den Effekt fehlerhafter Gradienten verstärken, da mit abnehmender Zahl der Stützstellen die Gradienteninformationen erheblich an Bedeutung gewinnen.

Ein Einsatz von GEK-Ersatzmodellen in der automatisierten Optimierung ist somit unter den Bedingungen, dass die Gradientenbestimmung zuverlässig funktioniert, durchaus denkbar. In der vorliegenden Arbeit konnte gezeigt werden, dass sich die Prozesskette gut automatisieren lässt und das Verfahren prinzipiell funktioniert. Allerdings könnte die Erzeugung der vielen lokalen Minima und Maxima im Umfeld fehlerhafter Gradienten in der Optimierung problematisch werden. Diese würden dazu führen, dass viele falsche Member als potentielle Kandidaten vom Root Prozess ausgewählt werden und aufwendig deren Zielfunktion im Slave Prozess bestimmt wird. Ob dies jedoch die Optimierung verlangsamt, zu ihrem Scheitern führt oder kaum einen sichtbaren Effekt hat, lässt sich auf Basis der Ergebnisse dieser Arbeit nur schwer einschätzen.

Aus diesem Grund sollte in einer weiterführenden Arbeit untersucht werden, inwiefern sich mit dem GEK-Verfahren und adjointTRACE eine aerodynamische Optimierung mit AutoOpti beschleunigen lässt. Sinnvoll wäre es in diesem Zusammenhang eine 3D-Geometrie eines gesamten Verdichters oder zumindest einer Stufe bzw. einer einzelnen Schaufelreihe zu optimieren. Eine entscheidende Aufgabe wäre die dazu notwendige Prozesskette in AutoOpti zu integrieren. Darüber hinaus sollte auch evaluiert werden, inwiefern der Einsatz von Gradienten, welche mit adjointTRACE bestimmt werden, für die GEK-Ersatzmodelle die Optimierung beschleunigen kann oder nicht.

## 6 Anhang

$\kappa_{LE}$ $\Delta\beta_{ST} [^\circ]$	0,1	0,9	1,7	2,5	3,3
-4	0,787004784575	0,787994398820	0,788599367565	0,788874900381	0,789021488154
-2	0,775183295008	0,776189098751	0,776484241930	0,777018242771	0,776978693551
0	0,762321315778	0,763436049120	0,763788436169	0,764287977155	0,764205818676
2	0,748225417502	0,749381867032	0,749783939073	0,750118154276	0,750297851060
4	0,732577486164	0,733926819793	0,734368454508	0,734772479779	0,735041481976
6	0,715426269083	keine Konvergenz	0,717212569085	0,717672324098	0,717979281093
8	0,696985882252	keine Konvergenz	0,698669909968	0,699108714383	0,699417956043
10	0,677501092486	0,678426034397	keine Konvergenz	0,679478653544	0,679652265354

Tabelle 6.1: Mit TRACE bestimmter isentroper Wirkungsgrad  $\Delta\eta_{is}$  aller Konfigurationen

$\kappa_{LE}$ $\Delta\beta_{ST} [^\circ]$	0,1	0,9	1,7	2,5	3,3
-4	-5,904093E-03	-5,333120E-03	-5,685990E-03	-5,719987E-03	-5,743360E-03
-2	-7,033327E-03	-7,695167E-03	-6,974287E-03	-6,757957E-03	-7,386827E-03
0	-9,662197E-03	-7,126993E-03	-7,290310E-03	-7,031553E-03	-7,033883E-03
2	-7,961913E-03	-8,144233E-03	-7,722467E-03	-7,706913E-03	-7,417280E-03
4	-1,241864E-02	-8,142770E-03	-7,999220E-03	-8,503127E-03	-8,516487E-03
6	-7,141783E-03	keine Konvergenz	-9,441147E-03	-8,914283E-03	-9,007600E-03
8	-1,017713E-02	keine Konvergenz	-1,029513E-02	-1,051439E-02	-9,566230E-03
10	-1,597023E-02	-1,539474E-02	keine Konvergenz	-1,029110E-02	-9,800403E-03

Tabelle 6.2: Partielle Ableitung des isentropen Wirkungsgrades bzgl. des Anstellwinkels  $\frac{\partial\eta_{is}}{\partial(\Delta\beta_{ST})}$

$\kappa_{LE}$ $\Delta\beta_{ST} [^\circ]$	0,1	0,9	1,7	2,5	3,3
-4	1,587196E-03	6,119951E-04	3,607520E-04	3,456955E-04	1,584231E-04
-2	1,553716E-03	4,328272E-04	5,747274E-05	1,854344E-04	6,387340E-05
0	7,377044E-04	5,907737E-04	3,069631E-04	1,212386E-04	1,166991E-04
2	2,811290E-03	5,786565E-04	5,398354E-04	1,757517E-04	-4,465952E-05
4	-2,877898E-03	1,017703E-03	6,938093E-04	4,638006E-04	1,253957E-03
6	1,981017E-04	keine Konvergenz	7,903564E-04	2,552831E-04	3,017178E-04
8	8,625901E-03	keine Konvergenz	6,681305E-04	5,062651E-04	3,403744E-04
10	3,281550E-03	1,050664E-03	keine Konvergenz	4,238970E-04	4,051172E-04

Tabelle 6.3: Partielle Ableitung des isentropen Wirkungsgrades bzgl. des Vorderkantenparameters  $\frac{\partial \eta_{is}}{\partial \kappa_{LE}}$

# Literaturverzeichnis

- [Bräunling 2004] BRÄUNLING, Willy J. G.: *Flugzeugtriebwerke: Grundlagen, Aero-Thermodynamik, Kreisprozesse, Thermische Turbomaschinen, Komponenten- und Emissionen*. Springer, 2004
- [DLR 2013a] DLR: *Triebwerk*. Website. [http : //www.dlr.de/Portaldata/1/Resources/portal\\_news/newsarchiv2010\\_2/Triebwerk.jpg](http://www.dlr.de/Portaldata/1/Resources/portal_news/newsarchiv2010_2/Triebwerk.jpg). Version: 2013. – besucht am 12.10.2013
- [DLR 2013b] DLR: *Überblick Simulationssystem TRACE*. Website. [http : //www.dlr.de/at/de/desktopdefault.aspx/tabid - 1541/2173\\_read - 3649/](http://www.dlr.de/at/de/desktopdefault.aspx/tabid-1541/2173_read-3649/). Version: 2013. – besucht am 04.10.2013
- [Frey u. Engels-Putzka 2013] FREY, Christian ; ENGELS-PUTZKA, Anna: *Adjungierter Strömungslöser*. Website. [http : //www.dlr.de/at/desktopdefault.aspx/tabid - 7167/11896\\_read - 28084/](http://www.dlr.de/at/desktopdefault.aspx/tabid-7167/11896_read-28084/). Version: 2013. – besucht am 05.10.2013
- [Krige 1953] KRIGE, Daniel G.: *A statistical approach to some basic mine valuation problems on the witwatersrand*. 1953
- [Krüger 2012] KRÜGER, Franziska: *Entwicklung von parallelisierbaren Gradienten-basierten Verfahren zur automatisierten, Ersatzmodell-gestützten Optimierung unter Nebenbedingungen für CFD-FEM-Verdichterdesign*, Technische Universität Berlin, Diplomarbeit, Juni 2012
- [Kügeler 2010] KÜGELER, Edmund: *Agenda TRACE-Workshop*. DLR - Institut für Antriebstechnik, Juni 2010
- [Mackkay 1991] MACKKAY, D. J. C.: *Bayesian Methods for Adaptive Models*, Citeseer, Dissertation, 1991
- [Matheron 1963] MATHERON, Georges: Principles of geostatistics. In: *Economic geology* Bd. 58, 1963, S. 1246–1266
- [MTU 2005] MTU: *Airline Report*. 2005
- [Niehuis 2013] NIEHUIS, Reinhard: *Manuskript zur Vorlesung Antriebssysteme*. Universität der Bundeswehr München, 2013
- [Rechenberg 1994] RECHENBERG, Ingo: *Evolutionsstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution*. In: *Step-Size Adaptation Based on Non-Local Use of Selection Information*, Frommann-Holzboog, 1994



- 
- [Schmitz 2013] SCHMITZ, Andreas: *Entwicklung eines objektorientierten und parallelierten Gradient Enhanced Kriging Ersatzmodells*, Fernuniversität Hagen, Masterarbeit, 2013
- [Siller u. a. 2009] SILLER, Ulrich ; VOSS, Christian ; NICKE, Eberhard: Automated Multi-disciplinary Optimization of a Transonic Axial Compressor. In: *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition*. Orlando, Florida, Januar 2009
- [Voss 2010] VOSS, Christian: *AutoOpti: Overview*. März 2010. – Vortragsfolien
- [Wieghardt 2005] WIEGHARDT, Karl: *Theoretische Strömungslehre*. Universitätsverlag Göttingen, 2005
- [Zierep u. Bühler 2008] ZIEREP, Jürgen ; BÜHLER, Karl: *Grundzüge der Strömungslehre: Grundlagen, Statik und Dynamik der Fluide*. B.G. Teubner Verlag, 2008